Rev. Écol. Biol. Sol, 1989, **26** (1) : 1-33.

L'outil statistique en biologie du sol
IX. Analyse spectrale et distribution spatio-temporelle

PAR

G. P. STAMOU * et J. P. CANCELA DA FONSECA **

**Université de Thessalonique, Département de Biologie, Division d'Écologie*, 54006 *Thessalonique, Grèce;*
***C.N.R.S. et Université Paris-VII, Analyse des Systèmes Écologiques, Écologie du Sol, Laboratoire de Biologie végétale et d'Écologie forestière, route de la Tour-Dénecourt*, 77300 *Fontainebleau, France*

Synopsis: The technique of spectral analysis, described in some detail, and a new smoothing method were applied to the analysis of the spatio-temporal distribution of soil oribatid mite populations.

Keywords: Spectral analysis, spatio-temporal distribution, oribatid mites.

INTRODUCTION

La variation des effectifs dans les recensements faunistiques du sol est à la fois temporelle et spatiale. D'habitude, les écologistes s'intéressent à exploiter plus en détail l'information temporelle tandis qu'ils s'efforcent de minimiser la variation spatiale (hétérogénéité spatiale) par l'intermédiaire des techniques d'échantillonnage (CANCELA DA FONSECA & VANNIER 1969), où ils sont moins intéressés par les variations autour des moyennes que par les moyennes elles-mêmes (PLATT & DENMAN, 1975). Or, les écologistes tendent à se servir séparément de ces deux composantes de la variation totale comme s'il s'agissait de phénomènes indépendants; il en résulte des pertes d'information (PLATT & DENMAN, 1975).

En ce qui concerne les outils analytiques en écologie et biologie du sol, la technique des corrélogrammes a été quelque fois utilisée dans l'analyse de la

Reçu le 28/11/88.
Accepté le 06/02/89.

structure de séries chronologiques (LEBRUN, 1971; BRUNEL & CANCELA DA FONSECA, 1977; BELLIDO, 1979; DELETTRE & CANCELA DA FONSECA, 1979; CANCELA DA FONSECA, 1980) et la technique des indices d'hétérogénéité ou d'agrégation utilisée assez souvent quand il s'agissait des questions de distribution spatiale (DEBAUCHE, 1958, 1962; BONNET, 1964; BERTHET & GÉRARD, 1965, 1970; LEBRUN, 1965; CANCELA DA FONSECA, 1966; LLOYD, 1967; USHER, 1976; CANCELA DA FONSECA & STAMOU, 1982; entre autres).

Par contre, la méthode de l'analyse spectrale n'a pas été beaucoup utilisée, non seulement en écologie du sol, mais également dans les autres branches de l'écologie (*voir* HACKER et al., 1973; PLATT & DENMAN, 1975; SHUGART, 1978; LEGENDRE & LEGENDRE, 1979; ORD, 1979; RIPLEY, 1981), mis à part l'écologie marine (par exemple : PLATT *et al.*, 1970; IBANEZ, 1972; PLATT, 1972; LAUREC & BLANC, 1974; DENMAN & PLATT, 1975; ECONOMIDIS *et al.*, 1988) et l'écologie végétale (dont HILL, 1973; USHER, 1975; RIPLEY, 1978; KENKEL, 1988). Bien que l'analyse spectrale ait été utilisée principalement dans l'étude des séries chronologiques (BLACKMAN & TUKEY, 1958; HANNAN, 1960; COX & MILLER, 1965; JENKINS & WATTS, 1968; DAVENPORT, 1970; ANDERSON, 1971; CHATFIELD, 1975, 1980; BOX & JENKINS, 1976; KENDALL, 1976; BARTLETT, 1978; AZENCOTT & DACUNHA-CASTELLE, 1984), elle a pu être aussi employée dans l'analyse des distributions spatiales (BARTLETT, 1975, 1978; BENNETT, 1979; RIPLEY, 1981).

L'analyse spectrale, qui est un cas particulier d'analyse de variance d'une série de données (PLATT & DENMAN, 1975), données soit temporelles, soit spatiales, constitue cependant un outil important destiné à rendre apparentes les caractéristiques latentes de la structure de cette série de données, en particulier les périodicités difficilement décelables à l'œil nu (JACOB, 1980). Par cette analyse, la variance de la série autour de sa moyenne arithmétique est séparée en des contributions à des fréquences qui sont des harmoniques de la longueur de la série (PLATT & DENMAN, 1975).

Dans ce travail, nous nous proposons de décrire les techniques spectrales et de les appliquer par la suite, à titre expérimental, à l'analyse de l'information spatio-temporelle apportée par des recensements des populations d'Acariens Oribates édaphiques. La cinétique de populations recensées périodiquement au long de transects, ordonnées donc dans le temps et dans l'espace, est comparée à celle de populations également recensées périodiquement, mais au hasard. Notre hypothèse est : Peut-on déceler, outre la variabilité temporelle, une variabilité spatiale différentielle au long des transects ?

I. — MATÉRIEL

Les techniques spectrales ont été appliquées à l'analyse de la variation spatio-temporelle des populations de l'Acarien Oribate *Achipteria holomonensis* Cancela et Stamou (CANCELA DA FONSECA & STAMOU, 1987). Les données analysées ont été obtenues par le recensement annuel de ces populations sur 12 transects de 1 m de largeur séparés par des lignes parallèles, recensement effectué d'octobre 1978 à novembre 1979 dans une chênaie de la forêt du Mont Holomon, Halkidi, Grèce (STAMOU, 1981). L'Oribate était extrait, par la technique de Berlese-Tullgren, de la litière prélevée autour des rhizosphères des graminées *Festuca* sp. (F) et *Arrhenaterum elatius* Mert. et K. (A) qui dominaient dans la parcelle expérimentale (50 × 15 m). Chaque fois, dans un des 12 transects, pris au hasard, cinq prélèvements contigus circulaires de ∅ 5 cm (*cf.* CANCELA DA FONSECA *et al.*, 1967) étaient effectués autour de

chacune des six rhizosphères, équidistantes et ordonnées sur un transect linéaire : F – A – F – A – F – A (*fig.* 1), soit un total de 30 prélèvements par transect (tab. I)

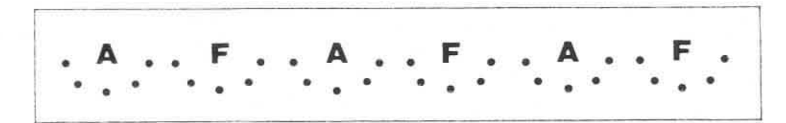


FIG. 1. – Schema d'échantillonnage d'*Achipteria holomonensis* autour des rhizosphères des graminées *Festuca* sp. (F) et *Arrhenatherum elatius* (A).

Ces mêmes techniques furent appliquées à l'analyse de l'information spatio-temporelle d'un recensement annuel d'*Achipteria coleoptrata* (Linné) effectué de mai 1971 à avril 1972 dans les couches L et F de la litière de la hêtraie de la réserve biologique de la Tillaie, forêt de Fontainebleau (ATHIAS-HENRIOT & CANCELA DA FONSECA, 1976). Chaque mois, huit prélèvements de litière, de mêmes dimensions que les précédents, étaient pris au hasard dans la parcelle expérimentale (tab. II). Les prélèvements étaient numérotés de 1 à 8 par rapport à leur distance à un des côtés, toujours le même, du parallélogramme expérimental.

Les données furent disposées en deux types de tableaux :

(*a*) Nombre d'animaux par prélèvement : Dates × Rhizosphères × Prélèvements (tab. I.A) ou Dates × Prélèvements (tab. II).

b) Nombre moyen d'animaux prélevé par rhizosphère : Dates × Rhizosphères (tab. I.B).

Afin d'analyser l'information spatio-temporelle des données contenues dans ces deux tableaux par l'analyse spectrale, les données ont été réarrangées de façon à être placées sur une seule ligne, la même relation d'ordre ayant été choisie pour tous les transects. Par exemple :

(Mois 1)	(Mois 2)	(Mois 3. . . 11)	(Mois 12)
F1-A1-F2-A2-F3-A3-	F1-A1-F2-A2-F3-A3-	F1-A1-. . .-A3-	F1-A1-F2-A2-F3-A3

La question à laquelle il faut répondre est donc : « En groupes de combien de prélèvements ou de rhizosphères, la décomposition de la série de données apporte-t'elle une contribution importante à la variabilité totale de l'information spatio-temporelle? »

II. – DÉFINITIONS ET CONCEPTS

A) Analyse spectrale

Soit une série discrète d'observations, $X_t (x_t : t = 1, 2, \ldots N)$. La série X_t peut être considérée comme une réalisation du processus aléatoire stationnaire $X(t)$. La stationnarité du processus aléatoire $X(t)$ implique que les distributions gaussiennes de probabilité associées restent invariantes par translation dans le temps, c'est-à-dire que les éléments de seconde ordre qui décrivent entièrement chaque processus stationnaire – sa moyenne, sa variance, sa fonction d'autocovariance et la transformée de Fourier de celle-ci – restent invariantes dans le temps (HUYBERECHTS, 1975). Nous supposerons que les processus à analyser sont toujours stationnaires. Or les fonctions d'autocovariance ou d'autocorrélation et leurs transformées de Fourier – les fonctions de densité spectrale – sont des techniques équivalentes pour décrire des processus stationnaires (CHATFIELD, 1975).

TAB. I. — **Effectifs d'*Achipteria holomonensis* dans les rhizosphères de *Festuca* sp. (F) et d'*Arrhenaterum elatius* (A) au long des transects F 1-A 1-F 2-A 2-F 3-A 3. Mont Holomon, Grèce.**

A. Valeurs recensées

Transect	Adultes												Imma				
	Mois												Mo				
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5
F 1	2	1	–	19	5	5	3	4	–	1			2	4	2	8	12
	5	2	–	6	–	4	–	11	–	2	2	2	2	–	6	29	67
	1	–	2	4	1	3	5	–	2	2	1	1	3	–	–	19	3
	2	2	2	12	7	3	7	3	1	1	–	4	2	1	2	19	4
	3	7	–	4	12	1	4	4	1	3	3	3	4	4	2	15	19
TOTAL	13	12	4	45	25	16	19	22	4	9	6	10	13	9	12	90	105
Moyenne	2.6	2.4	0.8	9.0	5.0	3.2	3.8	4.4	0.8	1.8	1.2	2.0	2.6	1.8	2.4	18.0	21.0
A 1	9	2	1	–	16	2	8	–	1	3	2	11	15	7	2	–	24
	6	1	3	–	9	5	3	3	2	–	1	5	6	5	2	26	1
	6	2	3	7	4	1	3	3	–	2	–	2	6	3	5	2	8
	4	–	–	–	7	–	3	1	2	–	2	10	5	1	–	6	3
	5	–	1	1	6	2	2	2	2	–	8	10	4	5	7	3	1
TOTAL	30	5	8	8	42	10	19	9	7	5	13	40	36	21	16	37	37
Moyenne	6.0	1.0	1.6	1.6	8.4	2.0	3.8	1.8	1.4	1.0	2.6	8.0	7.2	4.2	3.2	7.4	7.4
F 2	3	6	4	2	3	2	3	1	1	–	–	3	3	13	4	5	9
	12	12	4	–	1	8	1	–	–	2	5	–	5	9	2	3	3
	7	2	–	1	–	17	15	2	6	–	2	8	9	–	1	2	13
	3	5	1	2	–	10	8	2	2	1	1	3	9	12	2	19	9
	2	5	1	13	–	9	7	–	–	4	3	5	4	3	9	3	23
TOTAL	27	30	10	18	4	46	34	5	9	7	11	19	30	37	18	32	57
Moyenne	5.4	6.0	2.0	3.6	0.8	9.2	6.8	1.0	1.8	1.4	2.2	3.8	6.0	7.4	3.6	6.4	11.4
A 2	13	2	1	2	6	2	3	–	7	1	4	–	6	5	–	5	10
	–	1	–	5	8	–	3	–	–	–	2	2	6	3	–	4	43
	4	3	–	4	6	1	8	2	–	3	2	1	3	1	–	5	16
	7	1	–	6	4	3	1	1	–	–	1	3	16	3	–	3	51
	1	1	–	6	7	–	1	1	–	4	3	–	–	3	–	5	8
TOTAL	25	8	1	23	31	6	16	4	7	8	12	6	31	15	–	22	128
Moyenne	5.0	1.6	0.2	4.6	6.2	1.2	3.2	0.8	1.4	1.6	2.4	1.2	6.2	3.0	–	4.4	25.6
F 3	–	5	3	18	8	3	–	9	1	2	1	6	1	13	–	3	1
	10	2	3	4	3	–	12	3	1	5	3	8	3	12	18	8	6
	10	6	2	3	8	–	3	1	3	3	4	4	7	20	2	16	8
	–	3	–	4	6	1	7	4	–	3	2	4	4	29	–	7	3
	10	4	–	4	2	–	1	2	4	–	4	8	8	29	10	2	4
TOTAL	30	20	8	33	27	4	23	19	9	13	14	30	23	103	30	36	22
Moyenne	6.0	4.0	1.6	6.6	5.4	0.8	4.6	3.8	1.8	2.6	2.8	6.0	4.6	20.6	6.0	7.2	4.4
A 3	–	6	–	9	5	9	–	–	–	1	–	9	4	2	–	–	34
	6	3	–	6	3	2	1	1	2	3	–	1	12	5	–	7	1
	6	1	1	–	6	1	3	1	3	1	2	5	9	7	–	17	9
	3	7	2	10	7	7	1	1	2	1	–	7	1	11	6	2	11
	10	–	2	3	3	3	–	1	1	1	5	6	4	2	5	5	3
TOTAL	25	17	5	28	24	22	5	4	8	7	7	28	30	27	11	31	58
Moyenne	5.0	3.4	1.0	5.6	4.8	4.4	1.0	0.8	1.6	1.4	1.4	5.6	6.0	5.4	2.2	6.2	11.6

TAB. I. – (*suite*).

tures							TOTAUX											
is							Mois											
6	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2		9		–		1	4	5	2	27	17	7	3	13		1		1
	1	9			2	2	7	2	6	35	67	4	1	20		2	4	4
–	–	4	2	1	1	–	4	–	2	23	4	3	5	4	4	3	2	1
–	3	1	4	–	1		4	3	4	31	11	3	10	4	5	1	1	4
	3	–	2	3	4	–	7	11	2	19	31	1	7	4	3	6	7	3
2	7	23	8	4	8	3	26	21	16	135	130	18	26	45	12	13	14	13
0.4	1.4	4.6	1.6	0.8	1.6	0.6	5.2	4.2	3.2	27.0	26.0	3.6	5.2	9.0	2.4	2.6	2.8	2.6
1	2		–	2	2	7	24	9	3	–	40	3	10		2	5	4	18
3	–	2	2	–	3	10	12	6	5	26	10	8	3	5	4	–	4	15
2	2	4	1	2	1	20	12	5	8	9	12	3	5	7	1	2	1	24
–	1	1	3	3	–	14	9	1	–	6	10	–	4	2	5	3	2	24
2	8	1	1	–	3	3	9	5	8	4	7	4	10	3	3	–	11	13
8	13	8	7	7	9	54	66	26	24	45	79	18	32	17	15	10	22	94
1.6	2.6	1.6	1.4	1.4	1.8	10.8	13.2	5.2	4.8	9.0	15.8	3.6	6.4	3.4	3.0	2.0	4.4	18.8
4	2	–	3	–	1	1	6	19	8	7	12	6	5	1	4	–	1	4
7	2	1	1	4	3	1	17	21	6	3	4	15	3	1	1	6	8	1
2	1	3	2	–	2	2	16	2	1	3	13	19	16	5	8	–	4	10
3	3	3	2	–	4	–	12	17	3	21	9	13	11	5	4	1	5	3
4	–	1	1	–	–	4	6	8	10	16	23	13	7	1	1	4	3	9
20	8	8	9	4	10	8	57	67	28	50	61	66	42	13	18	11	21	27
4.0	1.6	1.6	1.8	0.8	2.0	1.6	11.4	13.4	5.6	10.0	12.2	13.2	8.4	2.6	3.6	2.2	4.2	5.4
2	1	5	11	–	3	4	19	7	1	7	16	4	4	5	18	1	7	4
	3	3	–	–	4	2	6	4	–	9	51	–	6	3	–		6	4
1	–	1	–	2	2	–	7	4	–	9	22	2	8	3	–	5	4	1
2	–	–	3	–	2	–	23	4	–	9	55	5	1	1	3	–	3	3
		1	1				1	4	–	11	15		1	2	1	4	3	
5	4	10	15	2	11	6	56	23	1	45	159	11	20	14	22	10	23	12
1.0	0.8	2.0	3.0	0.4	2.2	1.2	11.2	4.6	0.2	9.0	31.8	2.2	4.0	2.8	4.4	2.0	4.6	2.4
16	1	1	4	–	7	1	1	18	3	21	9	19	1	10	5	2	8	7
14	2	7	–	–	3	4	13	14	21	12	9	14	14	10	1	5	6	12
7	2		5		4	1	17	26	4	19	16	7	5	1	8	3	8	5
1	2	2	–	2	12	2	4	32	–	11	9	2	9	6	–	5	14	6
2	1	3	–	1	6	5	18	33	10	6	6	2	2	5	4	1	10	13
40	8	13	9	3	32	13	53	123	38	69	49	44	31	32	18	16	46	43
8.0	1.6	2.6	1.8	0.6	6.4	2.6	10.6	24.6	7.6	13.8	9.8	8.8	6.2	6.4	3.6	3.2	9.2	8.6
2	1	–	2	4	2	5	4	8	–	9	39	11	1	–	2	5	2	14
4	–	–	9	6	–	–	18	8	–	13	4	6	1	1	11	9	–	1
1		–	1	–	3	5	15	8	1	17	15	2	3	1	4	1	5	10
2	1	2	6	–	2	7	4	18	8	12	18	9	2	3	8	1	2	14
1	2	–	–	1	1	4	14	2	7	8	6	4	2	1	1	2	6	10
10	4	2	18	11	8	21	55	44	16	59	82	32	9	6	26	18	15	49
2.0	0.8	0.4	3.6	2.2	1.6	4.2	11.0	8.8	3.2	11.8	16.4	6.4	1.8	1.2	5.2	3.6	3.0	9.8

TAB. I — (*suite et fin*).

B. Valeurs moyennes

Adultes

Transect	Mois 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Total	Moyenne	Écart-T
F 1	2.6	2.4	0.8	9.0	5.0	3.2	3.8	4.4	0.8	1.8	1.2	2.0	37.0	3.08	2.30
A 1	6.0	1.0	1.6	1.6	8.4	2.0	3.8	1.8	1.4	1.0	2.6	8.0	39.2	3.27	2.70
F 2	5.4	6.0	2.0	3.6	0.8	9.2	6.8	1.0	1.8	1.4	2.2	3.8	44.0	3.67	2.66
A 2	5.0	1.6	0.2	4.6	6.2	1.2	3.2	0.8	1.4	1.6	2.4	1.2	29.4	2.45	1.89
F 3	6.0	4.0	1.6	6.6	5.4	0.8	4.6	3.8	1.8	2.6	2.8	6.0	46.0	3.83	1.93
A 3	5.0	3.4	1.0	5.6	4.8	4.4	1.0	0.8	1.6	1.4	1.4	5.6	36.0	3.00	1.97
TOTAL	30.0	18.4	7.2	31.0	30.6	20.8	23.2	12.6	8.8	9.8	12.6	26.6			
Moyenne	5.00	3.07	1.20	5.17	5.10	3.47	3.86	2.10	1.47	1.63	2.10	4.43			
Écart-T	1.26	1.81	0.66	2.55	2.48	3.11	1.89	1.60	0.37	0.54	0.65	2.58			

Immatures

Transect	Mois 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Total	Moyenne	Écart-T
F 1	2.6	1.8	2.4	18.0	21.0	0.4	1.4	4.6	1.6	0.8	1.6	0.6	56.8	4.73	7.01
A 1	7.2	4.2	3.2	7.4	7.4	1.6	2.6	1.6	1.4	1.4	1.8	10.8	50.6	4.22	3.18
F 2	6.0	7.4	3.6	6.4	11.4	4.0	1.6	1.6	1.8	0.8	2.0	1.6	48.2	4.02	3.20
A 2	6.2	3.0	0	4.4	25.6	1.0	0.8	2.0	3.0	0.4	2.2	1.2	49.8	4.15	17.22
F 3	4.6	20.6	6.0	7.2	4.4	8.0	1.6	2.6	1.8	0.6	6.4	2.6	66.4	5.53	5.31
A 3	6.0	5.4	2.2	6.2	11.6	2.0	0.8	0.4	3.6	2.2	1.6	4.2	46.2	3.85	3.13
TOTAL	32.6	42.4	17.4	49.6	81.4	17.0	8.8	12.8	13.2	6.2	15.6	21.0			
Moyenne	5.43	7.07	2.90	8.27	13.6	2.83	1.47	2.13	2.20	1.03	2.60	3.50			
Écart-T	1.62	6.91	1.97	4.89	8.13	2.81	0.67	1.41	0.89	0.66	1.88	3.79			

TOTAUX

Transect	Mois 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Total	Moyenne	Écart-T
F 1	5.2	4.2	3.2	27.0	26.0	3.6	5.2	9.0	2.4	2.6	2.8	2.6	93.8	7.82	8.92
A 1	13.2	5.2	4.8	9.0	15.8	3.6	6.4	3.4	3.0	2.0	4.4	18.8	89.6	7.47	5.54
F 2	11.4	13,4	5.6	10.0	12.2	13.2	8.4	2.6	3.6	2.2	4.2	5.4	92.2	7.68	4.24
A 2	11.2	4.6	0.2	9.0	31.8	2.2	4.0	2.8	4.4	2.0	4.6	2.4	79.2	6.60	8.50
F 3	10.5	24.6	7.6	13.8	9.8	8.8	6.2	6.4	3.6	3.2	9.2	8.6	112.4	9.37	5.62
A 3	11.0	8.8	3.2	11.8	16.4	6.4	1.8	1.2	5.2	3.6	3.0	9.8	82.2	6.85	4.71
TOTAL	62.6	60.8	24.6	80.6	112.0	37.8	32.0	24.4	22.2	15.6	28.2	47.6			
Moyenne	10.4	10.1	4.10	13.4	18.7	6.30	5.33	4.23	3.70	2.60	4.70	7.93			
Écart-T	2.72	7.90	2.52	6.90	8.49	4.13	2.26	2.90	0.99	0.67	2.33	6.12			

Les fonctions d'autocovariance et d'autocorrélation du processus stationnaire $X(t)$ sont définies par :

$$\gamma(h)=(1/N)\sum_{t=1}^{N-h}[X(t)-\mu][X(t+h)-\mu] \qquad (h=0, 1, 2, \ldots N-1) \tag{1}$$

et

$$\rho(h)=\gamma(h)/\gamma(0)=\gamma(h)/\sigma_x^2 \tag{2}$$

où h est un entier représentant le décalage ou retard, et $\mu(=\bar{x})$ et $\sigma_x^2(=s_x^2)$ sont respectivement la moyenne et la variance totale des valeurs de la série de données, et où les valeurs de $\gamma(h)$ ne dépendent que du décalage h (COX & MILLER, 1965; CHATFIELD, 1975).

L'analyse spectrale étant l'étude du processus aléatoire stationnaire $X(t)$ du point de vue de son contenu fréquentiel (JENKINS, 1961), leurs fonctions d'autocovariance et d'autocorrélation admettent une représentation spectrale dans le domaine de fréquence ([1]), représentation traduite par les transformées inverses de Fourier respectives (COX & MILLER, 1965; CHATFIELD, 1975, 1980), dans leurs formes exponentielles et trigonométriques :

$$\gamma(h)=\int_{-\pi}^{\pi} e^{i\omega h}\, dF(\omega)=\int_{-\pi}^{\pi} e^{i\omega h} f(\omega)\, d\omega \tag{3}$$
$$=\int_{-\pi}^{\pi} \cos \omega h\, dF(\omega)=\int_{-\pi}^{\pi} \cos \omega h\, f(\omega)\, d\omega$$

et

$$\rho(h)=\int_{-\pi}^{\pi} e^{i\omega h}\, dF^*(\omega)=\int_{-\pi}^{\pi} e^{i\omega h} f^*(\omega)\, d\omega \tag{4}$$
$$=\int_{-\pi}^{\pi} \cos \omega h\, dF^*(\omega)=\int_{-\pi}^{\pi} \cos \omega h\, f^*(\omega)\, d\omega$$

où

$$F^*(\omega)=F(\omega)/\sigma_x^2$$

et où ω est la fréquence angulaire, $F(\omega)$ la *fonction de distribution spectrale* ou *spectre de puissance* et $F^*(\omega)$ sa forme normalisée (CHATFIELD, 1975, 1980). COX et MILLER (1965) définissent la forme normalisée de CHATFIELD (1975, 1980) comme la réelle fonction de distribution spectrale. Dans un cas comme dans l'autre, ces auteurs prennent pour base le théorème de Wiener-Khintchine, les premiers considérant que l'existence de la fonction d'autocorrélation, et le troisième que l'existence de la fonction d'autocovariance dans les processus stochastiques stationnaires impliquent qu'il existe une fonction monotonique croissante qui est respectivement $F^*(\omega)$ ou $F(\omega)$.

([1]) La fréquence, nombre de cycles par unité de temps, est de la forme : $f=\omega/(2\pi)$; l'inverse de la fréquence $-T=1/f=2\pi/\omega-$ est la période ou longueur d'onde, ω étant la fréquence angulaire en radiants par unité de temps (KENDALL, 1976; CHATFIELD, 1980).

Tab. II. — **Effectifs d'*Achipteria coleoptrata* dans huit prélèvements pris au hasard dans la litière de hêtre (couches L et F). La Tillaie, France.**

COUCHE L

Immatures

Prélèvements	Mois												Total	Moyenne	Écart-T
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12			
1		2		8			3			2		8	23	1.92	3.01
2	9	8								4			21	1.75	3.36
3		4	5				9		2			7	27	2.25	3.22
4		1	1				1	4		3		2	12	1.00	1.35
5								5				3	8	0.67	1.63
6			8					2				1	11	0.92	2.32
7				2			3	2					7	0.58	1.07
8		4	7	8								1	20	1.67	2.98
Total	9	19	21	18			16	13	2	9		22			
Moyenne	1.13	2.38	2.63	2.25			2.00	1.63	0.25	1.13		2.75			
Écart-T	3.18	2.83	3.45	3.62			3.11	2.01	0.71	1.64		3.11			

Adultes

Prélèvements	Mois												Total	Moyenne	Écart-T
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12			
1		1		1			2	3		1		2	10	0.83	1.04
2	1	2		2						2		2	9	0.75	0.97
3		2	2				5		2		1	2	14	1.17	1.52
4			1					2		3		1	7	0.58	1.00
5				1				5					6	0.50	1.45
6			4				1	2				1	8	0.67	1.25
7							2						2	0.17	0.59
8		1		1			3			1			6	0.50	0.90
Total	1	6	7	5			13	12	2	7	1	8			
Moyenne	0.13	0.75	0.88	0.63			1.63	1.50	0.25	0.88	0.13	1.00			
Écart	0.37	0.88	1.47	0.74			1.78	1.84	0.71	1.19	0.37	0.93			

Totaux

Prélèvements	Mois												Total	Moyenne	Écart-T
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12			
1		3		9			5	3		3		10	33	2.75	3.60
2	10	10		2						6		2	30	2.50	3.91
3		6	7				14		4		1	9	41	3.42	4.68
4		1	2				1	6		6		3	19	1.58	2.29
5				1				10				3	14	1.17	2.91
6			12				1	4				2	19	1.58	3.50
7				2			5	2					9	0.75	1.56
8		5	7	9			3			1		1	26	2.17	3.13
Total	10	25	28	23			29	25	4	16	1	30			
Moyenne	1.25	3.13	3.50	2.88			3.63	3.13	0.50	2.00	0.13	3.75			
Écart-T	3.54	3.93	4.61	3.87			4.67	3.54	1.41	2.66	0.37	3.71			

La dérivée de la fonction de distribution spectrale par rapport à la fréquence angulaire définie la *fonction de densité spectrale* ou *spectre*, $f(\omega)$ ou sa forme normalisée $f^*(\omega)$:

$$f(\omega) = dF(\omega)/d\omega \tag{5}$$

ou

$$f^*(\omega) = d\,F^*(\omega)/d\omega \tag{6}$$

qui sont respectivement les transformées de Fourier de l'autocovariance et de l'autocorrélation [*cf.* équations (3) et (4) du processus aléatoire stationnaire $X(t)$] :

$$f(\omega) = [1/(2\pi)] \sum_{h=-\infty}^{\infty} \gamma(h)\, e^{-i\omega h} = [1/(2\pi)] \sum_{h=-\infty}^{\infty} \gamma(h) \cos \omega h \tag{7}$$

TAB. II. — (*suite et fin*).

COUCHE F

Immatures

Prélèvements	Mois 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Total	Moyenne	Écart-T
1	2	5	2	3		8	5	19	8	5	18	4	79	6.58	6.03
2	10	1	6	1					1	9	5		33	2.75	3.74
3		2	7		2		1		4	3		2	21	1.75	2.15
4				3		4	4		2	6	4		23	1.92	2.18
5	4							8					12	1.00	2.49
6				1			2	2				2	7	0.58	0.90
7				7	4	2	6	9	1	1	1	29	60	5.00	8.14
8		10	2	2	6		4			3		8	35	2.92	3.46
TOTAL	16	18	17	17	12	14	22	38	16	27	28	45			
Moyenne	2.00	2.25	2.13	2.13	1.50	1.75	2.75	4.75	2.00	3.38	3.50	5.63			
Écart-T	3.54	3.56	2.86	2.29	2.32	2.91	2.32	6.87	2.77	3.17	6.19	9.81			

Adultes

Prélèvements	Mois 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Total	Moyenne	Écart-T
1							1			2	1		4	0.33	0.66
2	3						1			5	1		10	0.83	1.59
3			1	1	1			1	1	4			9	0.75	1.14
4			1							3	2		6	0.50	1.00
5								1	1				2	0.17	0.38
6				1				1					2	0.17	0.38
7							2	1				7	10	0.83	2.04
8		1			1					2			4	0.33	0.68
TOTAL	3	1	2	2	2		4	4	2	16	4	7			
Moyenne	0.38	0.13	0.25	0.25	0.25		0.50	0.50	0.25	2.00	0.50	0.88			
Écart-T	1.07	0.37	0.45	0.45	0.45		0.76	0.54	0.45	1.92	0.76	2.46			

TOTAUX

Prélèvements	Mois 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Total	Moyenne	Écart-T
1	2	5	2	3		8	6	19	8	5	19	4	81	6.75	6.20
2	13	1	6	1			1		1	14	6		43	3.58	5.09
3		2	8	1	3		1	1	5	7		2	30	2.50	2.74
4			1	3		4	4		2	9	6		29	2.42	2.91
5	4							9	1				14	1.17	2.74
6				2			2	3				2	9	0.75	1.14
7				7	4	2	8	10	1	1	1	36	70	5.83	10.12
8		11	2	2	7		4			5		8	39	3.25	3.78
TOTAL	19	19	19	19	14	14	26	42	18	41	32	52			
Moyenne	2.38	2.38	2.38	2.38	1.75	1.75	3.25	5.25	2.25	5.13	4.00	6.50			
Écart-T	4.53	3.90	3.03	2.12	2.66	2.91	2.77	6.87	2.83	4.89	6.62	12.2			

et

$$f^*(\omega)=[1/(2\pi)] \sum_{h=-\infty}^{\infty} \rho(h)\, e^{-i\omega h}=[1/(2\pi)] \sum_{h=-\infty}^{\infty} \rho(h) \cos \omega h. \qquad (8)$$

BOX et JENKINS (1976) considèrent $f(\omega)$ comme le spectre de puissance et $f^*(\omega)$ comme la fonction de densité spectrale, tandis que KENDALL (1976) appelle *spectre* la représentation graphique de la densité spectrale $f(\omega)$ par rapport à ω.

Pour $h=0$, on obtient par les équations (1)-(2) et (3)-(4) :

$$\gamma(0)=\sigma_x^2=\int_{-\pi}^{\pi} dF(\omega)=\int_{-\pi}^{\pi} f(\omega)\, d\omega$$

et

$$\rho(0)=\int_{-\pi}^{\pi} dF^*(\omega)=\int_{-\pi}^{\pi} d[dF(\omega)/\sigma_x^2]=(1/\sigma_x^2)\int_{-\pi}^{\pi} dF(\omega)=\gamma(0)/\sigma_x^2=1$$

ce qui montre que la fonction $F(\omega)$, c'est-à-dire la fonction de distribution spectrale, représente bien la décomposition de la variance du processus aléatoire $X(t)$ et décrit sa répartition sur le spectre des fréquences de $-\pi$ à $+\pi$ (JENKINS, 1961; CHATFIELD, 1975).

Les propriétés mathématiques de la fonction $F(\omega)\,[F^*(\omega)]$ sont celles d'une distribution cumulative au sens probabilistique, c'est-à-dire que cette fonction est réelle, monotone, non décroissante et bornée, tandis que les propriétés de la fonction $f(\omega)\,[f^*(\omega)]$ sont celles d'une densité de distribution (JENKINS, 1961). Par ailleurs, la fonction de densité spectrale est toujours non négative (DAVENPORT, 1970; AZENCOTT & DACUNHA-CASTELLE, 1984).

B) Analyse harmonique

Tout processus aléatoire stationnaire $X(t)$ auquel correspond une série discrète d'observations $X_t(x_t: t=1, 2, \ldots N)$ prises à intervalles réguliers (périodes) peut être représenté par un modèle sinusoïdal du type :

$$X(t)=\mu+\alpha\cos\omega t+\beta\sin\omega t+\varepsilon(t) \qquad (9)$$

où μ, α et β sont des paramètres estimés à partir des valeurs de la série, ω la fréquence angulaire et $\varepsilon(t)$ un processus aléatoire (CHATFIELD, 1975, 1980).

Le modèle peut être représenté, dans le cas d'une série finie d'observations, par une série de Fourier ([1]), c'est-à-dire par une somme de p fonctions élémentaires rigoureusement périodiques (*fig.* 2) :

$$X_t=a_0+\sum_{p=1}^{N/2-1}(a_p\cos\omega_p t+b_p\sin\omega_p t)+a_{N/2}\cos\pi t \qquad (10)$$

où

$$p=1, 2, \ldots N/2-1; \qquad t=1, 2, \ldots N;$$

et ω_p est la fréquence exprimée en termes d'analyse harmonique ou de la p-ième harmonique, c'est-à-dire $\omega_p=2\pi p/N$ et

$$\begin{aligned} a_0&=\bar{x}\\ a_{N/2}&=\Sigma(-1)^t x_t/N\\ a_p&=2(\Sigma x_t\cos\omega_p t)/N\\ b_p&=2(\Sigma x_t\sin\omega_p t)/N \end{aligned} \qquad (11)$$

Ce modèle est le principe de ce qu'on appelle l'analyse de Fourier ou analyse harmonique, les paramètres a_p et b_p pouvant être estimés par la méthode des moindres carrés. Ils vont

([1]) La même série peut être représentée par un modèle du type autorégressif d'ordre p : $X_t=\alpha_1 X_{t-1}+\ldots+\alpha_p X_{t-p}+Z_t$, où Z_t est un processus aléatoire de moyenne $\mu_z=0$ et de variance σ_z^2 (CHATFIELD, 1975, 1980).

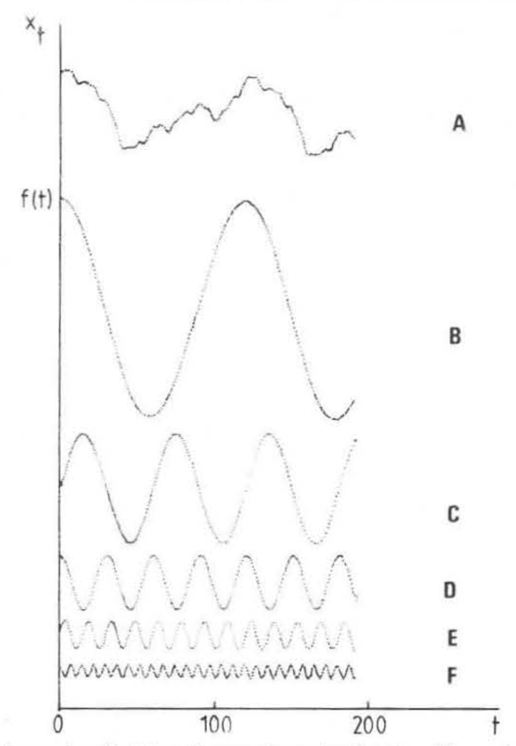


FIG. 2. – La série des observations X_t(A) est décomposée en cinq fonctions élémentaires rigoureusement périodiques : A = B + C + D + E + F, où B = 80 cos π t/80, C = 40 sin π t/40, D = 20 cos π t/20, E = 10 sin π t/10 et F = 5 cos π t/5.

définir deux caractéristiques de la p-ième harmonique :

$$\text{l'}\textit{amplitude}, \quad R_p = \sqrt{a_p^2 + b_p^2} \tag{12}$$

$$\text{et la } \textit{phase}, \ \Phi_p = \tan^{-1}(-b_p/a_p). \tag{13}$$

L'amplitude R_p va permettre de définir une nouvelle fonction,

$$I(\omega_p) = NR_p^2/(4\pi) = N(a_p^2 + b_p^2)/(4\pi) \tag{14}$$

dont la représentation graphique par rapport à la fréquence ω_p est ce que CHATFIELD (1975, 1980) appelle le *périodogramme*; l'aire sous le périodogramme ainsi défini étant égale à la variance totale de la série d'observations. Par contre, ANDERSON (1971), à la suite de SCHUSTER (1898), appelle périodogramme la représentation graphique de l'*intensité* R_p^2 (ou de R_p pour SCHUSTER) par rapport à la période, $T = 2\pi/\omega$ (*cf.* KENDALL, 1976) et *spectrogramme* la représentation de R_p^2 par rapport à la fréquence, $f = \omega/(2\pi)$.

Cette fonction $I(\omega_p)$, que l'on appellera désormais *périodogramme*, et que KENDALL (1976) appelle *intensité du spectre*, peut être estimée directement à partir des valeurs de la série d'observations X_t (x_t : $t = 1, 2, \ldots$ N) :

$$I(\omega_p) = \left[\left(\sum_{p=1}^{N/2} x_t \cos \omega_p t\right)^2 + \left(\sum_{p=1}^{N/2} x_t \sin \omega_p t\right)^2\right] / (N\pi) \tag{15}$$

$$= \left(\sum_{p=1}^{N/2} x_t e^{i\omega_p t}\right)\left(\sum_{p=1}^{N/2} x_t e^{-i\omega_p t}\right) / (N\pi).$$

CHATFIELD (1975) montre que l'équation (15) peut s'écrire,

$$I(\omega_p)=(c_0+2\sum_{h=1}^{N-1} c_h \cos \omega_p h)/\pi \qquad (16)$$

où

$$c_h=\sum_{t=1}^{N-h} (x_t-\bar{x})(x_{t+h}-\bar{x})/N$$

est l'estimateur de l'autocovariance $\gamma(h)$ et $c_0=s_x^2$ celui de la variance $\gamma(0)$, ce qui peut suggérer que le périodogramme $I(\omega_p)$ est un bon estimateur, asymptotiquement non biaisé, de la densité spectrale,

$$f(\omega_p)=\left[\gamma(0)+2\sum_{h=1}^{\infty} \gamma(h) \cos \omega_p h\right]/\pi, \qquad (17)$$

c'est-à-dire

$$\lim_{N\to\infty} E[I(\omega_p)] \to f(\omega_p). \qquad (18)$$

Toutefois, $I(\omega_p)$ n'est pas un estimateur cohérent de la densité spectrale $f(\omega_p)$, une fois que les ordonnées voisines du périodogramme restent intercorrélées, ce qui donne comme résultat un périodogramme irrégulier; la non-cohérence doit être éliminée par la suite par des procédés de lissage.

Comme on a vu auparavant la densité spectrale décrit la distribution de la variance du processus $X(t)$. Donc, l'aire limitée par la courbe $f(\omega_p)$ et l'axe ω_p des fréquences est égale à la variance totale σ_x^2 (*fig.* 3). Par conséquent, les bandes de fréquence qui correspondent aux pics du périodogramme représentent une contribution importante de ces fréquences à la variance totale du processus $X(t)$.

Dans la pratique, la notion de fréquence se réfère à tous les groupes qui peuvent se former à partir d'une série X_t de N observations, c'est-à-dire aux groupes qui contiennent N, N − 1, N − 2, . . . 2 observations. Or, les techniques spectrales sont destinées à analyser la contribution de chacun de ces groupes d'observations à la variance totale s_x^2 de la série X_t. Leur mérite se comprend mieux si on prend en considération les concepts de l'analyse harmonique. En effet, comme il a été signalé précédemment, la série des données X_t — qui n'est qu'une réalisation du processus $X(t)$ — peut se décomposer en une somme de p fonctions élémentaires (harmoniques).

Il a été aussi signalé que le périodogramme $I(\omega_p)$ est fonction des paramètres a_p et b_p de ces harmoniques. Par conséquent, les pics du périodogramme dans la fréquence ω_p correspondent aux valeurs élevées des paramètres a_p et b_p de la p-ième harmonique; autrement dit, leur contribution à la variance de la série X_t est importante. De plus, tenant compte des harmoniques, la structure de la série devient plus compréhensible. En réalité, par l'analyse harmonique, cette structure est décomposée en unités (groupes d'observations) qui se répètent périodiquement; autrement dit, il est répondu à la question « Après combien d'observations se répète, en moyenne, le comportement de la série? ». Par la suite, les caractéristiques fondamentales de cette série X_t peuvent être énumérées et décrites. Par exemple, dans le cas des données du tableau I, un pic possible de $f(\omega_p)$ ou de $I(\omega_p)$ dans la fréquence $\omega_p=4$ apporte l'information que le comportement de la série se répète en moyenne tous les 18 observations (ou tous les 3 mois) et que, par conséquent, la variation de la série se vérifie principalement dans le domaine temporel. Au contraire, un pic dans la fréquence $\omega_p=12$ apporte l'information que le comportement de

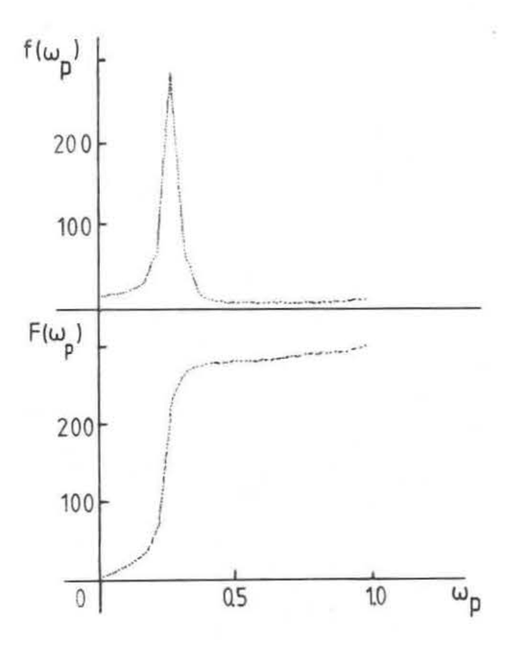


FIG. 3. — Spectre de puissance, $F(\omega_p)$, et densité spectrale, $f(\omega_p)$, du processus stationnaire, $X_t = 0.5\,X_{t-1} - 0.25\,X_{t-2} - 0.48\,X_{t-3} + Z$.

la série se répète toutes les six observations (ou chaque mois) et que la variation se vérifie principalement dans le domaine spatial (*cf.* Annexe I).

C) Analyse spectrale multidimensionnelle

L'analyse spectrale peut être aussi appliquée à la comparaison du comportement de deux ou plusieurs séries de données. Ceci est en général plus intéressant que la simple analyse d'une seule série de données (PLATT & DENMAN, 1975). Considérons deux processus aléatoires stationnaires, $X(t)$ et $Y(t)$, la fonction d'*autocovariance avec retard* (LEGENDRE & LEGENDRE, 1979) ou *autocovariance croisée*, $\gamma_{xy}(h)$, est définie par :

$$\gamma_{xy}(h) = \sum_{t=1}^{N-h} [X(t) - \mu][Y(t+h) - \nu]/N, \qquad h = 0, 1, 2, \ldots N-1 \tag{19}$$

à laquelle correspond la *corrélation avec retard* ou *corrélation croisée*,

$$\rho_{xy}(h) = \gamma_{xy}(h)/\sqrt{\gamma_{xx}(0)\,.\,\gamma_{yy}(0)} \tag{20}$$

Par analogie avec les équations (3) et (7), on définit, en termes de la transformée de Fourier, l'*autocovariance avec retard* ou *autocovariance croisée* par :

$$\gamma_{xy}(h) = \int_{-\pi}^{\pi} e^{i\omega h} f_{xy}(\omega)\, d\omega \tag{21}$$

et la *densité co-spectrale* par :

$$f_{xy}(\omega)=[1/(2\pi)] \sum_{h=-\infty}^{\infty} \gamma_{xy}(h)\, e^{-i\omega h}. \qquad (22)$$

Il faut noter que, tandis que la densité spectrale $f(\omega)$ était une fonction réelle, la densité co-spectrale est une fonction complexe; ceci parce que, contrairement à $\gamma(h)$, $\gamma_{xy}(h)$ n'est pas une fonction symétrique (CHATFIELD, 1980; KENDALL, 1976). Ainsi, sachant que

$$e^{-i\omega t}=\cos \omega t - i \sin \omega t,$$

$f_{xy}(\omega)$ est de la forme :

$$f_{xy}(\omega)=k_{xy}(\omega)-iq_{xy}(\omega) \qquad (23)$$

dont la partie réelle, le *co-spectre*,

$$k_{xy}(\omega)=[1/(2\pi)] \sum_{h=-\infty}^{\infty} \gamma_{xy}(h) \cos \omega h \qquad (24)$$

$$=[1/(2\pi)]\left\{\gamma_{xy}(0)+\sum_{h=1}^{\infty}[\gamma_{xy}(h)+\gamma_{yx}(h)] \cos \omega h\right\}$$

mesure la corrélation — en phase — entre les deux processus X (t) et Y (t), et la partie imaginaire ou *spectre de quadrature*,

$$q_{xy}(\omega)=[1/(2\pi)] \sum_{h=-\infty}^{\infty} \gamma_{xy}(h) \sin \omega h \qquad (25)$$

$$=[1/(2\pi)]\left\{\sum_{h=1}^{\infty}[\gamma_{xy}(h)-\gamma_{yx}(h)] \sin \omega h\right\}$$

mesure la corrélation entre les deux séries quand une est décalée par rapport à l'autre de 1/4 de longueur d'onde (PLATT & DENMAN, 1975).

Une autre façon d'exprimer la densité co-spectrale est :

$$f_{xy}(\omega)=\alpha_{xy}(\omega)\, e^{i\,\varphi_{xy}(\omega)} \qquad (26)$$

où

$$\alpha_{xy}(\omega)=\sqrt{k_{xy}^2(\omega)+q_{xy}^2(\omega)} \qquad (27)$$

est l'*amplitude du spectre*, qui produit des graphiques équivalents à ceux de la densité co-spectrale, et

$$\varphi_{xy}(\omega)=\tan^{-1}[-q_{xy}(\omega)/k_{xy}(\omega)] \qquad (28)$$

est le *spectre de phase* de la densité co-spectrale qui mesure la vitesse de variation d'un processus par rapport à l'autre (CHATFIELD, 1975, 1980; LEGENDRE & LEGENDRE, 1979).

Deux autres fonctions sont intéressantes à étudier dans l'analyse spectrale multidimensionnelle : la cohérence et la fonction de gain (CHATFIELD, 1975, 1980; KENDALL, 1976; LEGENDRE & LEGENDRE, 1979). La *cohérence* (*carré*), qui mesure la corrélation linéaire

entre les deux processus X (t) et Y (t), est donnée par :

$$C_{xy}(\omega) = [k_{xy}^2(\omega) + q_{xy}^2(\omega)]/[f_x(\omega) . f_y(\omega)] \qquad 0 \leqq C_{xy}(\omega) \leqq 1 \tag{29}$$
$$= \alpha_{xy}^2(\omega)/[f_x(\omega) . f_y(\omega)]$$

où $f_x(\omega)$ et $f_y(\omega)$ sont les densités spectrales de chacun des processus. La *fonction de gain*, c'est-à-dire le coefficient de régression de Y (t) sur X (t) à la fréquence ω, est donnée par :

$$G_{xy}(\omega) = \sqrt{f_y(\omega) . C_{xy}(\omega)/f_x(\omega)} \tag{30}$$
$$= \alpha_{xy}(\omega)/f_x(\omega).$$

En général, il est nécessaire que trois de ces paramètres soient pris en considération afin que l'analyse fasse apparaître les interdépendences des deux séries de données. Un trio usuel est formé par le co-spectre, la phase et la cohérence. Toutefois, leur interprétation est plus difficile que celle de la corrélation croisée (*cf.* Kendall, 1976). Plus précisément, la fonction $k_{xy}(\omega)$ fait apparaître les liens entre les oscillations harmoniques du premier processus avec les oscillations, de même période, du second. La fonction $\varphi_{xy}(\omega)$ indique le déphasage entre les oscillations de même fréquence des deux processus, tandis que la fonction $C_{xy}(\omega)$ mesure l'intensité des liens entre les oscillations en question. Une des précautions à prendre dans l'estimation du spectre de fréquence est celle de procéder à « l'alignement des deux séries de telle façon que la valeur maximale de la fonction de corrélation croisée se trouve au voisinage de l'origine » (Huyberechts, 1975).

D) Analyse harmonique multidimensionnelle

De la même façon que précédemment [équations (15) et (14)], on peut définir, par analogie, le *co-périodogramme* de deux processus aléatoires X (t) et Y (t) par la fonction complexe :

$$I_{xy}(\omega_p) = \left(\sum_{p=1}^{N/2} x_t e^{i\omega_p t} \right) \left(\sum_{p=1}^{N/2} y_t e^{-i\omega_p t} \right) / (N\pi) \tag{31}$$

soit,

$$I_{xy}(\omega_p) = k_{xy}(\omega_p) - i\, q_{xy}(\omega_p) \tag{32}$$

où

$$k_{xy}(\omega_p) = N(a_{px} a_{py} + b_{px} b_{py})/(4\pi) \tag{33}$$

correspond au co-spectre,

$$q_{xy}(\omega_p) = N(a_{px} b_{py} - a_{py} b_{px})/(4\pi) \tag{34}$$

au spectre de quadrature, et

$$\alpha_{xy}(\omega_p) = \sqrt{k_{xy}^2(\omega_p) + q_{xy}^2(\omega_p)} \tag{35}$$

à l'amplitude, et où a_{px}, b_{px}, a_{py} et b_{py} sont les coefficients de Fourier des p-ième harmoniques des processus X (t) et Y (t).

Comme dans le cas du périodogramme, le co-périodogramme n'est qu'une estimation non-cohérente de la densité co-spectrale.

III. – TECHNIQUES SPECTRALES

A) Estimation des fonctions spectrales

Il est évident qu'au fur et à mesure que la valeur de h – décalage ou retard – augmente, la précision de l'autocovariance c_h diminue. Il semble donc nécessaire de pondérer, dans l'estimation de la densité spectrale et du périodogramme correspondant, les valeurs de c_h par un facteur décroissant λ_k ou *fenêtre avec retard* (CHATFIELD, 1975, 1980; HUYBERECHTS, 1975) :

$$\hat{f}(\omega_p)=\left(\lambda_0 c_0+2\sum_{h=1}^{M}\lambda_h c_h \cos\omega_p h\right)/\pi \tag{36}$$

ou

$$\hat{f}(\omega_p)=\left(\sum_{h=-M}^{M}\lambda_h c_h \cos\omega_p h\right)/\pi \tag{37}$$

où, λ_h est la fenêtre avec retard, $M<N$ le point de troncature (« truncation point ») et $h<M$.

La transformée de Fourier de la fenêtre avec retard est appelée *fenêtre spectrale* (CHATFIELD, 1975, 1980).

Parmi les fenêtres avec retard, les plus utilisées actuellement sont celles de Tukey et de Parzen (BLACKMAN & TUKEY, 1959; PARZEN, 1961; ANDERSON, 1971; CHATFIELD, 1975; HUYBERECHTS, 1975) :

(*a*) *Fenêtre de Tukey :*

$$\lambda_h=\begin{cases}[1+\cos(\pi h/M)]/2, & 0\leqq h\leqq M\\ 0, & h>M\end{cases} \tag{38}$$

(*b*) *Fenêtre de Parzen :*

$$\lambda_h=\begin{cases}1-6(h/M)^2+6(h/M)^3, & 0\leqq h\leqq M/2\\ 2(1-h/M)^3, & M/2\leqq h\leqq M\\ 0, & h>M\end{cases} \tag{39}$$

Selon PLATT & DENMAN (1975) la valeur maximale de h doit être choisie entre N/4 et N/10.

CHATFIELD (1975, 1980) et HUYBERECHTS (1975) ont montré que l'estimateur de la densité spectrale $\hat{f}(\omega_p)$ (éq. 36), comme le périodogramme $I(\omega_p)$ (éqs. 16 et 18), converge vers la vraie densité spactrale quand $N\to\infty$:

$$\lim E[\hat{f}(\omega_p)]\to f(\omega_p) \tag{40}$$

mais qu'il n'est pas, non plus, un estimateur cohérent de cette densité.

Une autre façon de rendre cohérente l'estimation de la densité spectrale en utilisant comme estimateur le périodogramme, $\hat{I}(\omega_p)$, est par le procédé de lissage de ce dernier en utilisant comme transformation linéaire ou *filtre linéaire* les moyennes mobiles (*cf.* Annexe II), c'est-à-dire en groupant leurs valeurs en ensembles de dimension m et en

calculant les moyennes respectives :

$$\hat{f}(\omega_p) = \hat{\mathrm{I}}(\omega_p) = (1/m) \sum_j \mathrm{I}(\omega_j) \qquad (41)$$

où, $\omega_j = 2\pi j/\mathrm{N}$, $-m/2 < j < m/2$ et m est un nombre entier. Le choix de la dimension m dépend du type de données et se fait de façon empirique.

Pour estimer les valeurs de $\hat{\mathrm{I}}(\omega_p)$ dans l'intervalle $[0, (m/2-1)]$ ainsi que dans l'intervalle $[(\mathrm{N}/2 - m/2 + 1), \mathrm{N}/2]$, la fonction $\hat{\mathrm{I}}(\omega_p)$ est considérée symétrique en $p=0$ et $p=\mathrm{N}/2$ (*voir* Annexe II).

Cette même technique de lissage est utilisée dans l'étude des analyses spectrale et harmonique multidimensionnelles, non seulement dans l'estimation des densités spectrales, $\hat{f}_x(\omega_p)$ et $\hat{f}_y(\omega_p)$, et co-spectrale, $\hat{f}_{xy}(\omega_p)$, mais aussi dans celle de l'amplitude du spectre, $\hat{\alpha}_{xy}(\omega_p)$, et de sa cohérence, $\hat{\mathrm{C}}_{xy}(\omega_p)$ (Chatfield, 1975, 1980; Legendre & Legendre, 1979) :

$$\hat{f}_x(\omega_p) = (1/m) \sum_j \mathrm{I}_x(\omega_j) \qquad (42)$$

$$\hat{f}_y(\omega_p) = (1/m) \sum_j \mathrm{I}_y(\omega_j) \qquad (43)$$

$$\hat{f}_{xy}(\omega_p) = (1/m) \sum_j \mathrm{I}_{xy}(\omega_j) \qquad (44)$$

$$\hat{\alpha}_{xy}(\omega_p) = \sqrt{\hat{k}^2_{xy}(\omega_p) + \hat{q}^2_{xy}(\omega_p)} \qquad (45)$$

$$\hat{\mathrm{C}}_{xy}(\omega_p) = \hat{\alpha}_{xy}(\omega_p)/[\hat{f}_x(\omega_p)\,.\,\hat{f}_y(\omega_p)], \qquad 0 \leqq \hat{\mathrm{C}}_{xy} \leqq 1 \qquad (46)$$

où,

$$\hat{k}_{xy}(\omega_p) = \mathrm{N} \sum_{r=p-m^*}^{p+m^*} (a_{rx}\, a_{ry} + b_{rx}\, b_{ry})/(4\pi m) \qquad (47)$$

$$\hat{q}_{xy}(\omega_p) = \mathrm{N} \sum_{r=p-m^*}^{p+m^*} (a_{rx}\, b_{ry} - a_{ry}\, b_{rx})/(4\pi m) \qquad (48)$$

et $m = 2m^* + 1$.

B) Intervalle de confiance de la densité spectrale

Afin d'évaluer l'amplitude de l'intervalle dans lequel tombent les vraies valeurs de la densité spectrale, estimées à partir de N observations, on peut calculer les intervalles de confiance de la densité spectrale pour des fréquences différentes (Jenkins & Watts, 1968; Chatfield, 1975; Box & Jenkins, 1976).

Selon Jenkins et Watts (1968), tenant compte de l'estimateur de la densité spectrale $\hat{f}(\omega_p)$, la valeur asymptotique $\delta\hat{f}(\omega_p)/f(\omega_p)$ suit approximativement la loi du χ^2 avec δ degrés de liberté (χ^2_δ). Le nombre de degré de liberté (de la fenêtre de retard) est donnée par :

$$\delta = 2\,\mathrm{N} / \sum_{h=-\mathrm{M}}^{\mathrm{M}} \lambda_h^2 \qquad (49)$$

Ainsi, la probabilité que la valeur $\delta\hat{f}(\omega_p)/f(\omega_p)$ tombe dans un intervalle de confiance de $100\,(1-\alpha)$ % est

$$\mathrm{P}[\chi^2_{\delta,\,1-\alpha/2} < \delta\hat{f}(\omega_p)/f(\omega_p) < \chi^2_{\delta,\,\alpha/2}] = 1-\alpha \qquad (50)$$

les limites de l'intervalle de confiance étant :

$$\delta\hat{f}(\omega_p)/\chi^2_{\delta,\ 1-\alpha/2} \quad \text{et} \quad \delta\hat{f}(\omega_p)/\chi^2_{\delta,\ \alpha/2} \qquad (51)$$

Dans trois cas, on n'a pas besoin de calculer le nombre de degrés de liberté par l'expression (49). Ils sont donnés directement par les expressions suivantes (CHATFIELD, 1975, 1980) :

(*a*) *Fenêtre de Tukey :* $\delta = 2{,}67$ N/M.

(*b*) *Fenêtre de Parzen :* $\delta = 3{,}71$ N/M.

(*c*) Lissage du périodogramme par groupes de dimension m : $\delta = 2m$.

C) Test de signification

En principe, la simple inspection des graphiques, résultantes de l'analyse spectrale, est suffisante pour mettre en évidence les tendances fondamentales de la structure de la série des données. D'ailleurs, dans la plupart des cas, les buts de l'étude sont essentiellement l'analyse du comportement des séries d'observations.

Toutefois, parmi les techniques pour tester l'éloignement des conditions d'indépendence d'observations également distribuées, le test de BARTLETT (1954) paraît assez puissant (RIPLEY, 1978). Il est basé sur le statistique (BARTLETT, 1954; HANNAN, 1960) :

$$U_{p/N/2} = \left\{ \sum_{p=1}^{S} [I(\omega_p)/2\pi\hat{f}(\omega_p)] \right\} / \left\{ \sum_{p=1}^{N/2} [I(\omega_p)/2\pi\hat{f}(\omega_p)] \right\}, \qquad S \leqq N/2 \qquad (52)$$

Par ailleurs, ce test de signification, non paramétrique, est du type Kolmogorov-Smirnov (HANNAN, 1960), où

$$\max_{S} \sqrt{N/2}\,|\,U_{p/N/2} - S/N/2\,| \leqq \alpha \qquad (53)$$

les valeurs de α étant données par des tables pour les seuils de signification requis (SIEGEL, 1956 : tab. M). Les limites de confiance correspondant sont de la forme $\pm\alpha/\sqrt{N/2}$, les valeurs de α étant égales à 1,36 et 1,63 pour les seuils de signification (probabilités) de respectivement 0,05 et 0,01 (HANNAN, 1960; RIPLEY, 1978). Ce test, assez précis pour des valeurs de $N \geqq 64$, peut être appliqué à n'importe quelle bande de fréquences (RIPLEY, 1978).

Si, dans un système d'axes coordonnées avec S/N/2 en ordonnées et $U_{p/N/2}$ en abcisses, on rapporte les valeurs de $U_{p/N/2}$ en fonction des valeurs de S/N/2, le graphique résultant est une droite passant par l'origine et ayant une pente unitaire (BARTLETT, 1954; HANNAN, 1960; RIPLEY, 1978).

IV. — DISCUSSION ET APPLICATIONS

Comme il a été dit dans l'introduction, l'analyse spectrale a été principalement développée dans l'étude des séries chronologiques. Néanmoins, elle peut être aussi utilisée dans l'étude des séries spatiales, dont le cas particulier des distributions (séries) spatiales en treillis. Ici, certaines différences importantes, parfois négligées, existent entre les deux types de séries, dont la principale est celle en rapport avec le nombre d'observations : dans les séries chronologiques, ce nombre peut tendre vers infini dans une seule direction, tandis que dans les séries spatiales en treillis, il peut tendre vers infini par différentes voies (TJØSTHEIM, 1987). Dans les deux cas,

les observations doivent être ordonnées. Ceci pose le problème délicat des séries spatio-temporelles. Parce que, si dans les séries chronologiques la succession des dates est une relation d'ordre naturelle et dans les séries spatiales une relation d'ordre peut être établie entre les différentes observations, dans les séries spatio-temporelles, une telle relation est souvent difficile ou impossible à établir (DUBY, *in litt.*).

Il faut cependant faire remarquer que les concepts d'autocovariance et de distribution spectrale sont bien définis pour des faibles processus spatiaux stationnaires (TJØSTHEIM, 1987). Dans tous les cas, un des principaux problèmes est celui de savoir quelle interprétation leur attribuer. Mais, il est évident que l'analyse spectrale est d'une grande utilité en suggérant les types de modèle que l'on peut construire à partir des données ou ceux qu'il faut éviter (KENDALL, 1976), particulièrement en ce qui concerne les données obtenues pour des populations naturelles (ORD, 1979).

Bien que très délicate à manipuler, l'analyse spectrale est néanmoins un outil très attrayant et puissant à utiliser dans les études écologiques (LAUREC & BLANC, 1974; BARTLETT, 1975; PLATT & DENMAN, 1975; ORD, 1979), où elle présente de grands avantages sur l'analyse harmonique « car la quantité importante de bruit

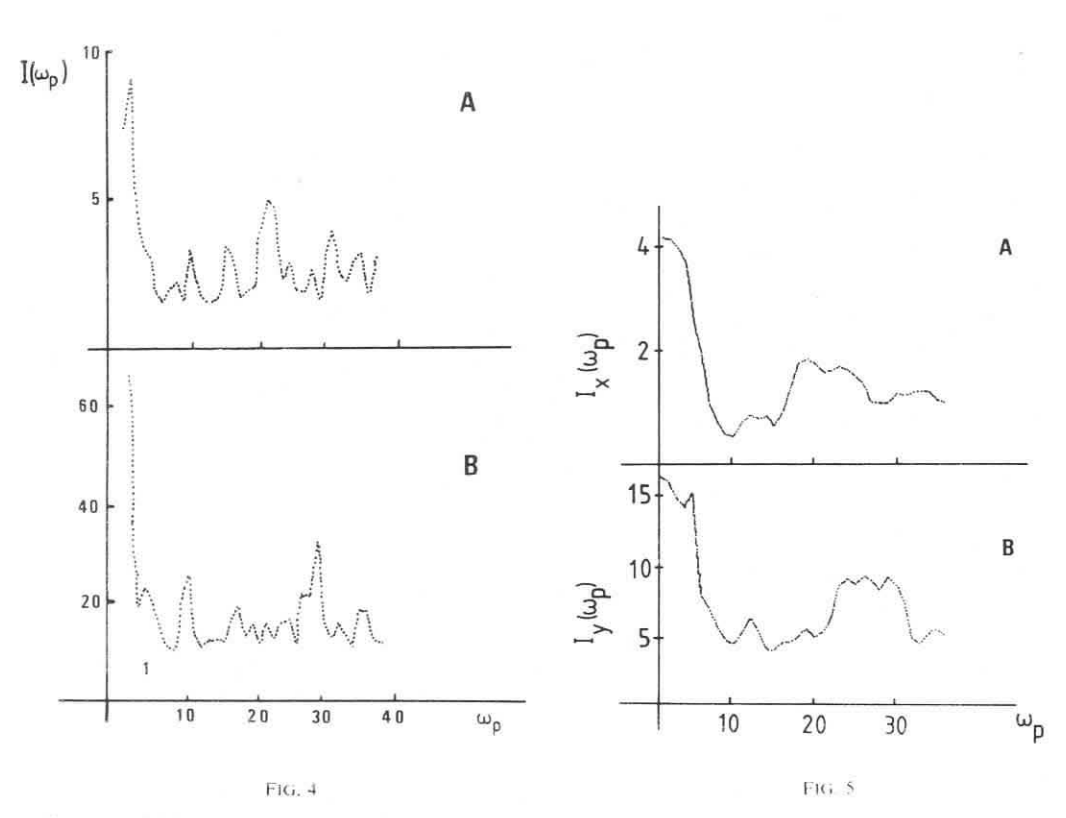


FIG. 4

FIG. 5

FIG. 4. – Periodogramme brut des données d'*Achipteria holomonensis*. A, adultes; B, immatures.

FIG. 5. – Periodogramme lissé ($m = 7$) des données d'*Achipteria holomonensis*. A : adultes. B : immatures.

TAB. III. — (*a*) **Illustration du procédé de lissage. Le périodogramme brut (A) est passé successivement par les filtres** $m = 3$ **(B)**, $m = 5$ **(C) et** $m = 7$ **(D)**.

A	B	C	D
I_1	$I'_1 = (I_1 + 2I_2)/3$	$I''_1 = (I'_1 + 2I'_2 + 2I'_3)/5$	$\hat{I}_1 = (I''_1 + 2I''_2 + 2I''_3 + 2I''_4)/7$
I_2	$I'_2 = (I_1 + I_2 + I_3)/3$	$I''_2 = (I'_1 + 2I'_2 + I'_3 + I'_4)/5$	$\hat{I}_2 = (I''_1 + 2I''_2 + 2I''_3 + I''_4 + I''_5)/7$
I_3	$I'_3 = (I_2 + I_3 + I_4)/3$	$I''_3 = (I'_1 + I'_2 + I'_3 + I'_4 + I'_5)/5$	$\hat{I}_3 = (I''_1 + 2I''_2 + I''_3 + I''_4 + I''_5 + I''_6)/7$
I_4	$I'_4 = (I_3 + I_4 + I_5)/3$	$I''_4 = (I'_2 + I'_3 + I'_4 + I'_5 + I'_6)/5$	$\hat{I}_4 = (I''_1 + I''_2 + I''_3 + I''_4 + I''_5 + I''_6 + I''_7)/7$
I_5	$I'_5 = (I_4 + I_5 + I_6)/3$	$I''_5 = (I'_3 + I'_4 + I'_5 + I'_6 + I'_7)/5$	$\hat{I}_5 = (I''_2 + I''_3 + I''_4 + I''_5 + I_6 + I''_7 + I''_8)/7$
I_6	$I'_6 = (I_5 + I_6 + I_7)/3$	$I''_6 = (I'_4 + I'_5 + I'_6 + I'_7 + I'_8)/5$	$\hat{I}_6 = (I''_3 + I''_4 + I''_5 + I''_6 + I''_7 + I''_8 + I''_9)/7$
I_7	$I'_7 = (I_6 + I_7 + I_8)/3$	$I''_7 = (I'_5 + I'_6 + I'_7 + I'_8 + I'_9)/5$	$\hat{I}_7 = (I''_4 + I''_5 + I''_6 + I''_7 + I''_8 + I''_9 + I''_{10})/7$
I_8	$I'_8 = (I_7 + I_8 + I_9)/3$	$I''_8 = (I'_6 + I'_7 + I'_8 + I'_9 + I'_{10})/5$	$\hat{I}_8 = (I''_5 + I''_6 + I''_7 + I''_8 + I''_9 + I''_{10} + I''_{11})/7$
I_9	$I'_9 = (I_8 + I_9 + I_{10})/3$	$I''_9 = (I'_7 + I'_8 + I'_9 + I'_{10} + I'_{11})/5$	$\hat{I}_9 = (I''_6 + I''_7 + I''_8 + I''_9 + I''_{10} + I''_{11} + I''_{12})/7$
I_{10}	$I'_{10} = (I_9 + I_{10} + I_{11})/3$	$I''_{10} = (I'_8 + I'_9 + I'_{10} + I'_{11} + I'_{12})/5$	$\hat{I}_{10} = (I''_7 + I''_8 + I''_9 + I''_{10} + I''_{11} + I''_{12} + I''_{13})/7$
I_{11}	$I'_{11} = ({}_{10} + I_{11} + I_{12})/3$	$I''_{11} = (I'_9 + I'_{10} + I'_{11} + I'_{12} + I'_{13})/5$	$\hat{I}_{11} = (I''_8 + I''_9 + I''_{10} + I''_{11} + 2I''_{12} + I''_{13})/7$
I_{12}	$I'_{12} = (I_{11} + I_{12} + I_{13})/3$	$I''_{12} = (I'_{10} + I'_{11} + 2I'_{12} + I'_{13})/5$	$\hat{I}_{12} = (I''_9 + I''_{10} + 2I''_{11} + 2I''_{12} + I''_{13})/7$
I_{13}	$I'_{13} = (2I_{12} + I_{13})/3$	$I''_{13} = (2I'_{11} + 2I'_{12} + I'_{13})/5$	$\hat{I}_{13} = (2I''_{10} + 2I''_{11} + 2I''_{12} + I''_{13})/7$

(*b*) **Exemple du calcul de l'estimateur** $\hat{I}_7$ **en fonction des valeurs de** I_4, . . . I_{13} **du périodogramme brut.**

I_1			
I_2	$I'_2 = (I_1 + I_2 + I_3)/3$		
I_3	$I'_3 = (I_2 + I_3 + I_4)/3$		
I_4	$I'_4 = (I_3 + I_4 + I_5)/3$	$I''_4 = (I_1 + 2I_2 + 3I_3 + 3I_4 + 3I_5 + 2I_6 + I_7)/15$	
I_5	$I'_5 = (I_4 + I_5 + I_6)/3$	$I''_5 = (I_2 + 2I_3 + 3I_4 + 3I_5 + 3I_6 + 2I_7 + I_8)/15$	
I_6	$I'_6 = (I_5 + I_6 + I_7)/3$	$I''_6 = (I_3 + 2I_4 + 3I_5 + 3I_6 + 3I_7 + 2I_8 + I_9)/15$	
I_7	$I'_7 = (I_6 + I_7 + I_8)/3$	$I''_7 = (I_4 + 2I_5 + 3I_6 + 3I_7 + 3I_8 + 2I_9 + I_{10})/15$	$\hat{I}_7$ (1)
I_8	$I'_8 = (I_7 + I_8 + I_9)/3$	$I''_8 = (I_5 + 2I_6 + 3I_7 + 3I_8 + 3I_9 + 2I_{10} + I_{11})/15$	
I_9	$I'_9 = (I_8 + I_9 + I_{10})/3$	$I''_9 = (I_6 + 2I_7 + 3I_8 + 3I_9 + 3I_{10} + 2I_{11} + I_{12})/15$	
I_{10}	$I'_{10} = (I_9 + I_{10} + I_{11})/3$	$I''_{10} = (I_7 + 2I_8 + 3I_9 + 3I_{10} + 3I_{11} + 2I_{12} + I_{13})/15$	
I_{11}	$I'_{11} = (I_{10} + I_{11} + I_{12})/3$		
I_{12}	$I'_{12} = (I_{11} + I_{12} + I_{13})/3$		
I_{13}			

(1) $\hat{I}_7 = (I_1 + 3I_2 + 6I_3 + 9I_4 + 12I_5 + 14I_6 + 15I_7 + 14I_8 + 12I_9 + 9I_{10} + 6I_{11} + 3I_{12} + I_{13})/105$

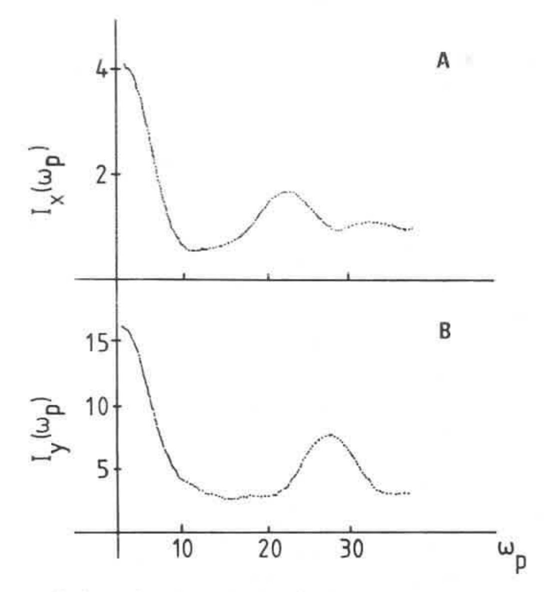


FIG. 6. — Périodogramme lissé ($m = 3 \rightarrow 5 \rightarrow 7$) des données d'*Achipteria holomonensis*. A, adultes; B, immatures.

fait apparaître un périodogramme à variance considérable » (IBANEZ, 1972). Dans ce type d'analyse, le processus de lissage du périodogramme faisant disparaître des détails intéressants (*cf.* LAUREC & BLANC, 1974), il n'y a pas de règle stricte pour le choix des valeurs de m et de M, leurs valeurs étant déterminées par des tentatives successives de façon à obtenir un périodogramme qui ne soit pas, ni trop lisse, ni trop oscillant. C'est ainsi que CHATFIELD (1980) conseille d'utiliser comme valeurs de départ, M égal à $2\sqrt{N}$ et m dans la région de N/40, en particulier dans le cas de la fenêtre de Tukey, fenêtre qui a été utilisée dans ce travail. Ainsi, le procédé de lissage de la densité spectrale dans l'intervalle (N/20, N/3) va éliminer les pics qui apparaissent dans les hautes fréquences, pics qui traduisent la contribution de la variation spatiale à la variation totale de la série (CHATFIELD, 1975). Il y a donc perte d'information spatiale.

Dans les figures 4 et 5, sont illustrés le périodogramme brut et le périodogramme lissé ($m = 7$) des données d'*A. holomonensis*. Tant le périodogramme brut que le périodogramme lissé apparaissent avec un nombre important de pics, donc trop inégaux et par conséquent peu explicites. Pour pallier à cet inconvénient, nous proposons ici un autre type plus efficace de lissage du périodogramme : le filtrer en le passant successivement par trois filtres en série :

$$\xrightarrow{I(\omega_p)} m=3 \xrightarrow{I'(\omega_p)} m=5 \xrightarrow{I''(\omega_p)} m=7 \xrightarrow{I(\omega_p)}$$

Ce type de lissage (tab. III *a* et III *b*; Annexe II), qui n'est qu'une alternative des procédés dits de « Hanning » ou de « Hamming » (CHATFIELD, 1975, 1980), est une technique beaucoup plus efficace que les autres. Les périodogrammes ainsi filtrés apparaissent très lisses (*fig.* 6).

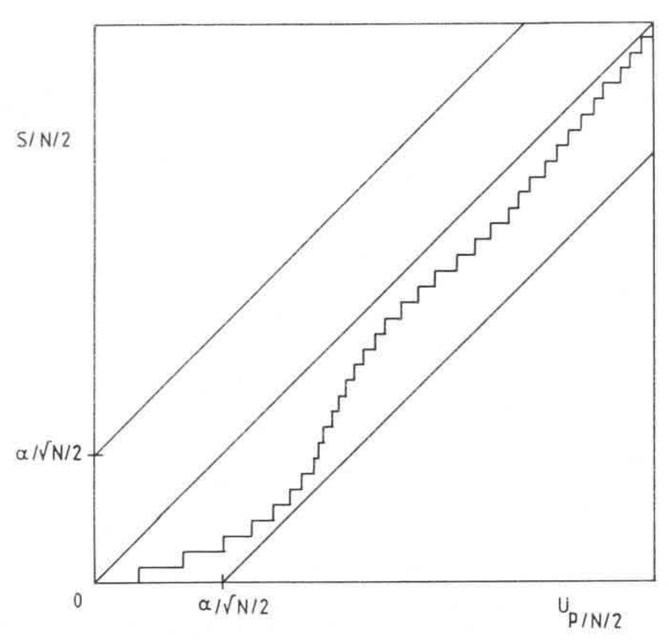


FIG. 7. — Test de signification de BARTLETT (1954) du périodogramme des données des adultes d'*Achipteria holomonensis*. Seuil de signification : $p=0.05$.

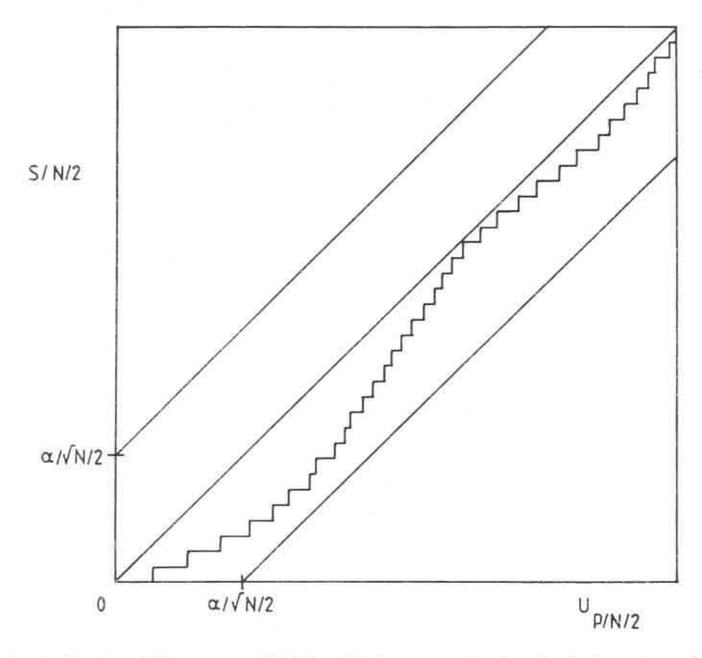


FIG. 8. — Test de signification de BARTLETT (1954) du périodogramme des données des immatures d'*Achipteria holomonensis*. Seuil de signification : $p=0.05$.

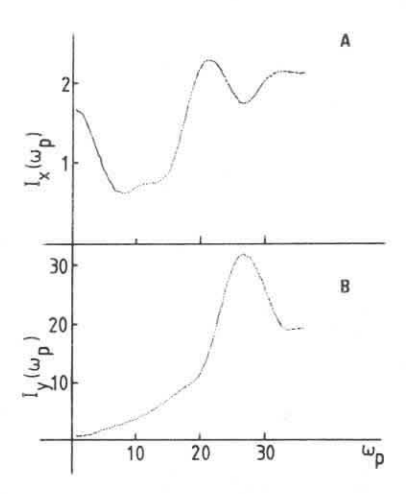


FIG. 9. — Périodogramme des données préfiltrées d'*Achipteria holomonensis*. A. adultes; B. immatures.

Les pics dans l'origine, ou plus précisément dans les basses fréquences, traduisent les apparentes tendances annuelles ou cycles annuels des données (tendances à long terme). Notons qu'après le procédé de filtrage, les pics ne correspondent plus à des fréquences bien définies, mais plutôt à des bandes de fréquences. Le périodogramme des données qui concerne les adultes présente un maximum secondaire dans la bande de fréquences 19-21 (*fig.* 6 A). Ce pic, qui correspond à un découpage de trois-quatre observations (rhizosphères), reflète la contribution de la variation spatiale à la variation totale du recensement. En ce qui concerne les immatures, le pic secondaire se situe dans la bande 24-27 (*fig.* 6 B), ce qui correspond à un découpage de trois observations (rhizosphères). L'allure des périodogrammes — significatifs au seuil de 5% (*fig.* 7 et 8) — indique que la variation des deux séries de données est principalement temporelle, et secondairement spatiale. Les pics secondaires indiquent que l'acarien montre une tendance, bien que faible, à former des agrégats plutôt autour de la rhizosphère de *Festuca* sp. qu'autour de la rhizosphère d'*Arrhenatherum elatius*. En effet, la densité (moyenne arithmétique) des animaux prélevés autour de la rhizosphère F est supérieure à celle des animaux prélevés autour de la rhizosphère A, bien que cette différence ne soit pas significative (test-*t*).

Il est possible que l'analyse spectrale soit affectée par le fait que les séries chronologiques en question soient non stationnaires et présentent une nette tendance annuelle. Cette tendance annuelle peut être, dans les cas moins bien définis, mise aussi en évidence par un procédé de lissage, sur un plus ou moins grand intervalle de temps (JACOB, 1980), de préférence par les moyennes mobiles (KENDALL, 1976). Pour que cette tendance soit éliminée, il est suggéré de filtrer ces séries de données avant l'emploi des techniques spectrales (IBANEZ, 1972; LAUREC & BLANC, 1974). Nous avons utilisé le filtre le plus simple :

$$X'(t) = X(t+1) - X(t), \qquad t = 0, 1, \ldots N-1 \qquad (54)$$

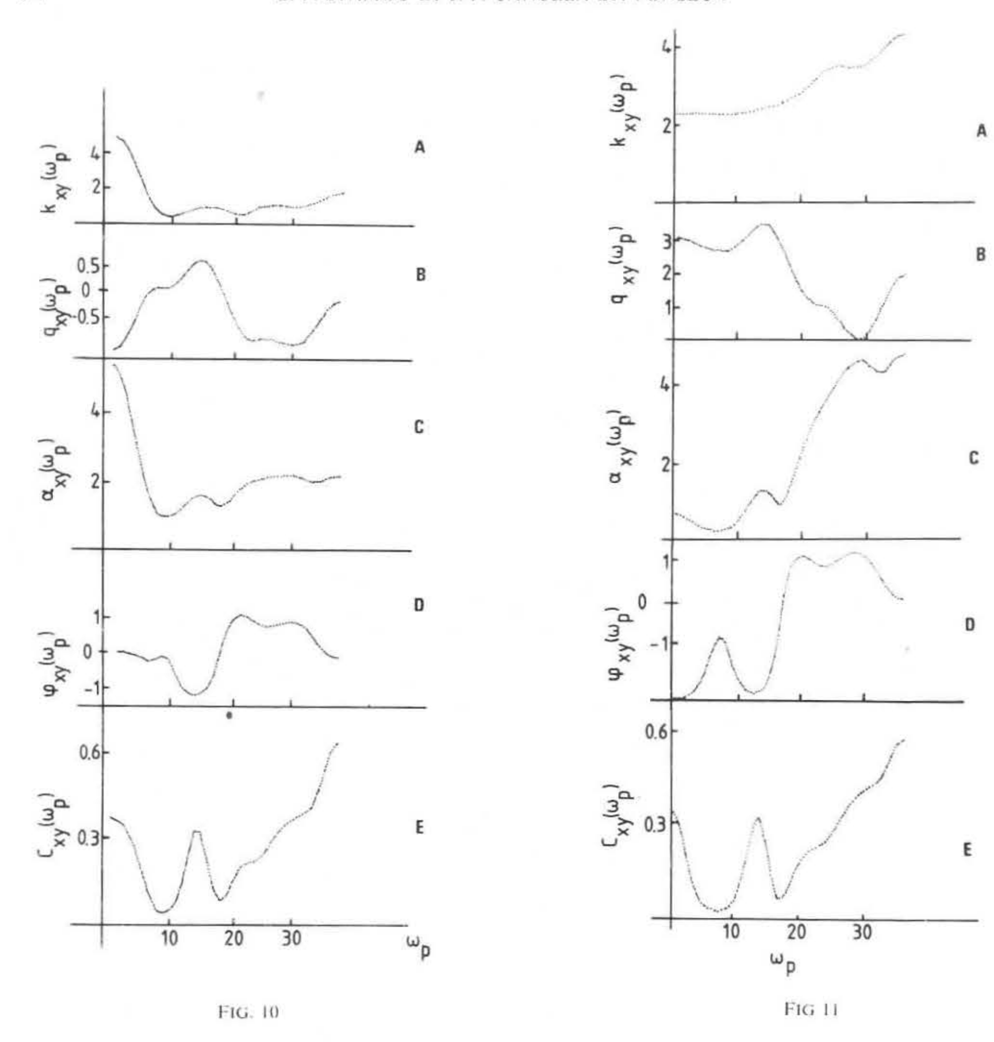


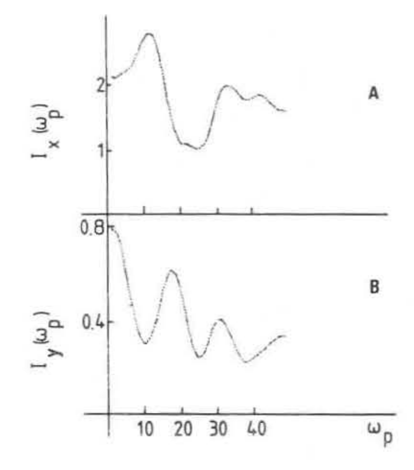
FIG. 10. — Diagrammes des résultats de l'analyse harmonique multidimensionnelle des données des deux séries, adultes (x) et immatures (y) d'*Achipteria holomonensis*. A, co-spectre; B, spectre de quadrature; C, amplitude du spectre; D, spectre de phase; E, cohérence.

FIG. 11. — Diagrammes des résultats de l'analyse harmonique multidimensionnelle des données préfiltrées des deux séries, adultes (x) et immatures (y) d'*Achipteria holomonensis*. A, co-spectre; B, spectre de quadrature; C, amplitude du spectre; D, spectre de phase; E, cohérence.

employé déjà avec succès par LAUREC et BLANC (1974). L'information résiduelle apportée par les nouveaux périodogrammes apparaît ainsi dans le domaine spatial (*fig.* 9).

L'analyse multidimensionnelle des deux séries de données, adultes et immatures, préfiltrées ou non, confirme ce qui a été constaté précédemment (*fig.* 6 et 9).

L'interdépendance entre les effectifs des adultes et des immatures (co-spectre et amplitude; *fig.* 10 A et C) se reflète surtout à l'échelle temporelle (basses



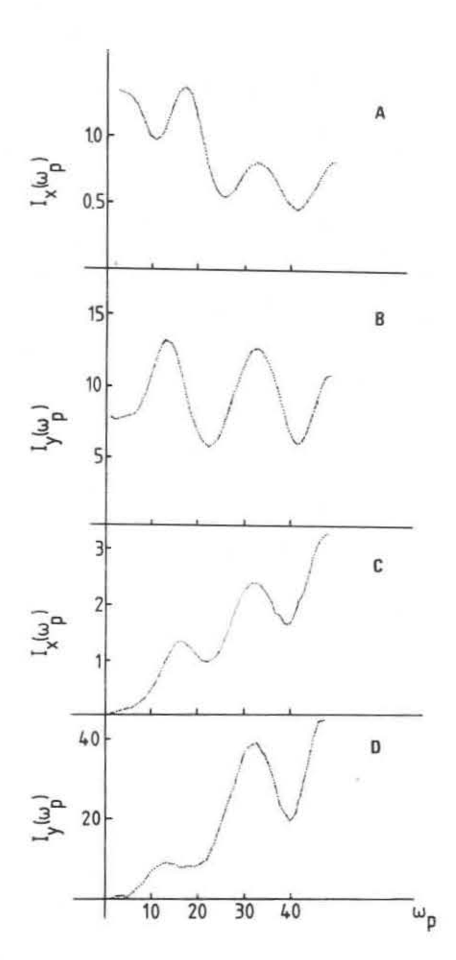


FIG. 12. — Périodogramme des données, adultes + immatures, d'*Achipteria coleoptrata*. A, couche L; B, couche F (ci-dessus).

FIG. 13. — Périodogramme des données d'*Achipteria coleoptrata*. A, adultes, couche L; B, immatures, couche L; C, adultes, couche F; D, immatures, couche F (ci-contre).

fréquences) et est moindre à l'échelle spatiale (bande de fréquences 20-30). Cette interdépendance temporelle est confirmée par les valeurs maximales du spectre de quadrature (*fig.* 10 B et 11 B) et par un déphasage temporel négatif (*fig.* 10 D et 11 D). A l'échelle spatiale, l'interdépendance est mise secondairement en évidence par le co-spectre et l'amplitude calculés sur les deux séries préfiltrées (*fig.* 11 A et C). En particulier, le maximum du graphique de phase se situe dans la bande 20-30, ce qui indique un déphasage spatial, positif, entre les deux séries, la vitesse de variation d'une des séries étant plus importante que celle de l'autre. Pour interpréter ce phénomène, une des hypothèses possibles est que les effectifs des adultes oscillent, en moyenne, plus rapidement à l'échelle de trois rhizosphères (F-A-F) que les immatures, fait qui reflète la tendance des adultes, par rapport à celle des immatures, à former plus d'agrégats autour de la rhizosphère F qu'autour de la rhizosphère A.

En ce qui concerne la cohérence, les valeurs maximales, accompagnées de faibles valeurs de phase, se situe dans la bande de hautes fréquences (*fig.* 10 E et

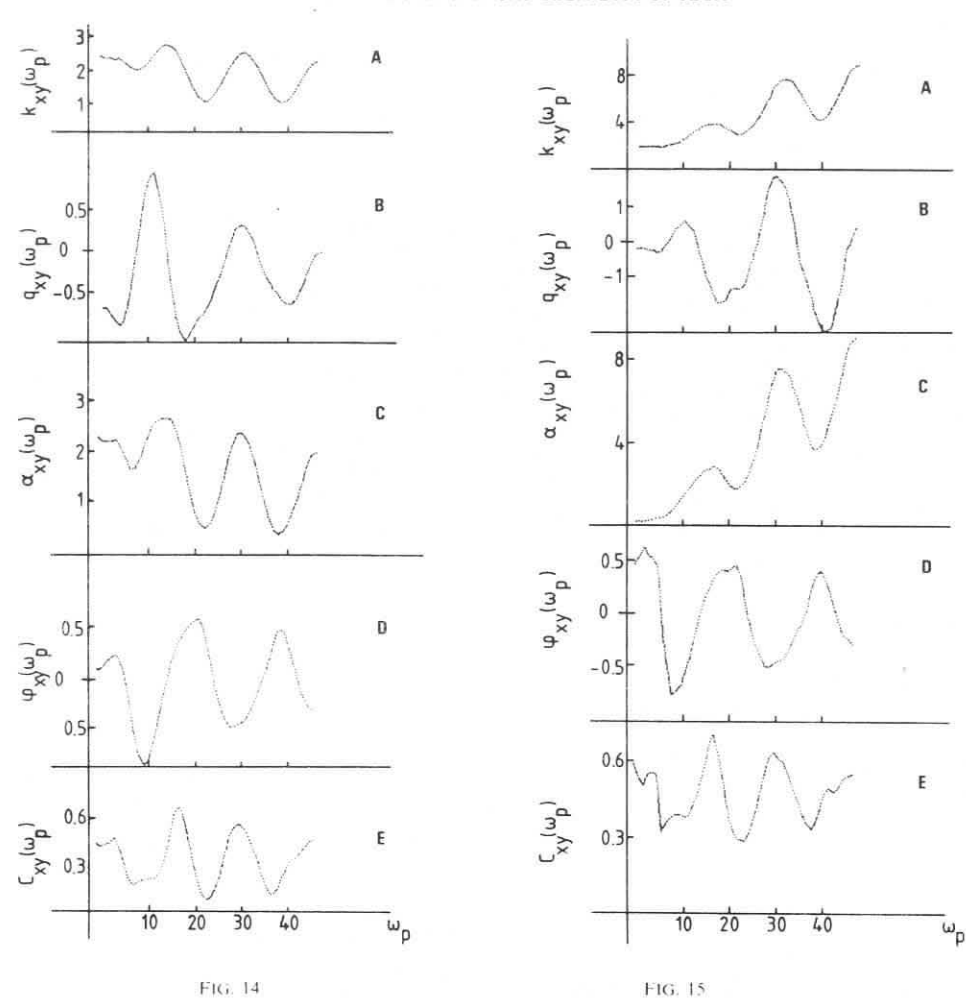


FIG. 14

FIG. 15

FIG. 14. — Diagrammes des résultats de l'analyse harmonique multidimensionnelle des données, adultes + immatures d'*Achipteria coleoptrata*, des deux séries, couche L *(x)* et couche F *(y)*. A, co-spectre; B, spectre de quadrature; C, amplitude du spectre; D, spectre de phase; E, cohérence.

FIG. 15. — Diagrammes des résultats de l'analyse harmonique multidimensionnelle des données préfiltrées, adultes + immatures d'*Achipteria coleoptrata*, des deux séries, couche L *(x)* et couche F *(y)*. A, co-spectre; B, spectre de quadrature; C, amplitude du spectre; D, spectre de phase; E, cohérence.

11 E). C'est-à-dire, la corrélation linéaire entre les deux séries, adultes et immatures, est importante au niveau spatial. Alors, cette corrélation entre les deux séries de données s'exprime dans le domaine de deux prélèvements; corrélation qui peut faire partie du domaine du hasard. Autrement dit, il existe une relation entre les oscillations des adultes et celles des immatures. Il reste à examiner par d'autres méthodes, s'il s'agit de relations de type compétition, mutualisme ou autres.

Si dans le cas d'*A. holomonensis* on pourrait dire que les techniques spectrales apportent une information importante sur la structure des populations, ceci n'est

pas le cas de l'emploi de ces techniques aux populations d'*A. coleoptrata*. Les pics des divers graphiques sont assez faibles. Par conséquent, l'organisation des données n'est pas tracée avec certitude. Il semble que c'est plutôt le hasard qui se révèle comme la caractéristique principale de cette population prélevée, d'ailleurs au hasard, à Fontainebleau. Il est possible, en outre, que la faible densité de cette espèce affecte gravement les résultats de telles techniques délicates.

Cependant, même dans le cas des données d'*A. coleoptrata*, on peut tirer de l'information utile des graphiques spectraux. La variation des effectifs échantillonnés dans la couche superficielle L est tracée principalement à l'échelle de huit prélèvements (bande de fréquence voisine de $\omega_p = 12$) (*fig.* 12). Une variation comparable est exprimée par le nombre total d'immatures échantillonnés dans les deux couches considérées, L et F (tab. II). Ces observations semblent refléter la réalité : par exemple, dans le cas des immatures, le rendement moyen des quatre prélèvements faits au milieu de la parcelle est significativement inférieur au rendement des quatre prélèvements faits aux deux bouts (2+2) du biotope (tab. II). De plus, les deux graphiques correspondants (*fig.* 12 et 13) présentent un maximum secondaire dans le domaine spatial de trois prélèvements (bande de fréquences voisine de $\omega_p = 32$). Or, trois prélèvements ne constituant aucune décomposition du nombre total de prélèvements réalisé (8), ceci traduit plutôt l'effet du hasard.

L'allure des périodogrammes montre que si la variation des effectifs des immatures est plutôt liée à la couche L, celle des effectifs des adultes l'est avec la couche F (*fig.* 12 et 13). D'une manière générale, les pics des graphiques en question se situent dans des fréquences plus ou moins équidistantes, voisines de ω_p égal à 1, 15, 30 et 45, ce qui reflète plus ou moins l'effet primordial du hasard dans la variabilité de ces effectifs.

L'analyse multidimensionnelle décrivant l'interdépendance des deux séries de données, adultes et immatures (*fig.* 14 et 15), confirme les conclusions énoncées ci-dessus; elle n'apporte donc pas d'information additionnelle.

V. — CONCLUSION

Bien qu'on tienne compte des réserves émises sur l'analyse des séries de données spatio-temporelles, les mérites des techniques spectrales semblent confirmées dans l'analyse des données de recensement d'*A. holomonensis*, où, d'une part, l'échantillonnage était défini par des prélèvements orientés selon des transects, et, d'autre part, la densité de la population était élevée. En effet, par ce type de technique, l'information temporelle et l'information spatiale sont analysées en même temps de sorte que seules les caractéristiques fondamentales de la structure des données sont révélées. En outre, les paramètres résultant de l'emploi de l'analyse multidimensionnelle sont très explicites, notamment ceux de phase et de cohérence.

Par contre, dans le cas des données de recensement d'*A. coleoptrata*, où le protocole d'échantillonnage avait pour base l'échantillonnage au hasard dans une aire déterminée et la densité de la population était faible, l'emploi des techniques spectrales n'est pas satisfaisant. Dans ce cas, où les techniques spectrales ne montre que l'effet du hasard dans la variabilité des données, les limites de ce type d'analyse sont mis en évidence : elles ne doivent pas être appliquées à des données prélevées par un échantillonnage au hasard.

Toutefois, il faut faire très attention au type de protocole expérimental choisi, en raison du fait, souligné auparavant, que, si la succession des dates est une relation d'ordre naturelle, la succession des transects-dates ne l'est pas. Ceci peut faire émerger l'influence du temps de façon plus marquante que celle de l'espace (DUBY, *in litt.*). Néanmoins, en biologie du sol, les recensements faunistiques se font chaque fois par prélèvement de « carottes » de sol, prélèvement qui va perturber le transect échantillonné, celui-ci ne pouvant donc pas être échantillonné la fois suivante. L'estimation de l'évolution des populations se fait ainsi à partir d'échantillons au hasard pris à des endroits successivement différents. Chaque transect étant prélevé à une date déterminée, l'ordre temporel est maintenu. Cependant, l'ordre spatial, le même dans chaque transect, bien qu'il puisse paraître arbitraire, donne des séries de valeurs non seulement indicatrices de la variabilité des populations au long du transect à un moment donné, mais aussi indicatrices de l'évolution de ces populations dans le temps.

En conclusion, pour que l'analyse spectrale puisse être appliquée avec toute sa puissance, le meilleur échantillonnage doit être systématique plutôt qu'au hasard (*cf.* RIPLEY, 1981).

REMERCIEMENTS

Nous remercions vivement M[me] C. DUBY, Laboratoire de Biométrie de l'Institut national agronomique Paris-Grignon, de ses remarques qui nous ont permis d'améliorer le manuscrit.

RÉSUMÉ

La technique de l'analyse spectrale est décrite avec beaucoup de détail, ainsi qu'une nouvelle méthode de lissage des données et des périodogrammes. En attirant l'attention sur les difficultés inhérentes à son application aux séries spatio-temporelles, cette technique a été utilisée dans l'étude comparée de la distribution spatio-temporelle de deux espèces d'Acariens Oribates du sol, *Achipteria holomonensis* et *Achipteria coleoptrata*. La première espèce fut obtenue par recensement périodique au long d'un transect dans les rhizosphères de deux graminées tandis que la seconde, obtenue aussi par recensement périodique, fut échantillonnée au hasard dans la parcelle expérimentale. En conclusion, l'analyse spectrale a donné des résultats plus probants pour des données obtenues par échantillonnage systématique (données ordonnées) que par un échantillonnage au hasard.

SUMMARY

Statistical tools in soil biology
IX. Spectral analysis and spatio-temporal distribution

The technique of spectral analysis is described in great detail as well as a new method of smoothing the data and the periodograms. Though calling the attention to the inherent difficulties of applying this technique to spatio-temporal series, it was applied to the comparative study of the spatio-temporal distribution of two species of soil Oribatid Mites. The first species has been obtained by periodic census throughout a transect in the rhizospheres of two grasses whereas the second, obtained also by periodic census, has been sampled

at random in the experimental plot. In conclusion, the spectral analysis gave better results when the data were obtained by systematic sampling (well-ordered data) rather by random sampling.

Annexe I

Relation entre la fréquence ω_p et le comportement de la série

La fréquence ω_p étant donnée par : $\omega_p = 2\pi p/N$ et la période par $T = 1/\omega_p$, les valeurs de N et de p dans l'exemple du tableau I sont respectivement :

– N = 6 rhizosphères × 12 mois = 72 observations, et

– $p = 1, 2, \ldots N/2 = 1, 2, \ldots 36$.

Donc, par conséquence, pour les différentes valeurs de p le comportement de la série se répète tous les n observations. Ainsi, pour :

$p=1$	$\omega_1 = 0{,}09$	T = 11,46	soit 11-12 mois ou 66-72 observations
$p=2$	$\omega_2 = 0{,}17$	T = 5,73	soit 6 mois ou 36 observations
$p=3$	$\omega_3 = 0{,}26$	T = 3,82	soit 4 mois ou 24 observations
$p=4$	$\omega_4 = 0{,}35$	T = 2,86	soit 3 mois ou 18 observations
$p=12$	$\omega_{12} = 1{,}05$	T = 0,95	soit 1 mois ou 6 observations
$p=24$	$\omega_{24} = 2{,}09$	T = 0,48	soit <1 mois ou 3 observations
$p=36$	$\omega_{36} = 3{,}14$	T = 0,32	soit <1 mois ou 2 observations

Annexe II

Périodogrammes
Filtres linéaires et lissage par les moyennes mobiles

La méthode de lissage par les moyennes mobiles donne la tendance de l'évolution des séries chronologiques, ainsi que des périodogrammes (*voir* entre autres, Chatfield, 1975, 1980; Kendall, 1976; Legendre & Legendre, 1979; Ord, 1979). On calcule successivement les moyennes arithmétiques de $m = 2m^* + 1$ données contiguës que l'on place au centre de l'intervalle m des données.

On transforme ainsi la série initiale,

$$x_t = x_1, x_2, \ldots x_N, \qquad t = 1, 2, \ldots N$$

dans une autre série, $y_{t'}$, par un *filtre* linéaire, la moyenne mobile, correspondant à $m = 2m^* + 1$ données contiguës :

$$y_{t'} = [1/(2m^* + 1)] \sum_{i=-m^*}^{+m^*} x_{t+i} \qquad \text{où} \quad t' = t + m^*$$

On peut aussi passer la série initiale par une succession de filtres en calculant successive-

ment les moyennes mobiles des $m_r = 2m_r^* + 1$ ($r = 1, 2, \ldots$) valeurs contiguës des séries obtenues chaque fois (tab. III *a* et III *b*). Donc, par exemple, pour $m_1 = 2m_1^* + 1$,

$$z_{t''} = [1/(2m_1^* + 1)] \sum_{j=-m^*}^{+m^*} y_{t'+j} \qquad \text{où} \quad t'' = t' + m_1^*$$

et ainsi successivement.

De toute façon, pour chaque série de N valeurs, on ne peut calculer que $N - 2m^*$ moyennes mobiles. Toutefois, comme dans le cas du tableau III *a*, on a parfois besoin d'estimer toutes les valeurs de la nouvelle série correspondant à toutes les valeurs de la série initiale. Dans ce cas, on peut attribuer un poids à certaines valeurs de la série initiale pour estimer les premières et les dernières valeurs de la nouvelle série qui ne peuvent pas être calculées par la technique habituelle des moyennes mobiles. Pour cela, on considère la série symétrique par rapport à ces valeurs. Ainsi, par exemple, dans le tableau III *a*, pour $m = 3$, $I'_1 = (I_{-2} + I_1 + I_2)/3 = (I_1 + 2I_2)/3$, I_{-2} étant égal à I_2, et pour $m = 5$, $I''_1 = (I'_{-3} + I'_{-2} + I'_1 + I'_2 + I'_3)/5 = (I'_1 + 2I'_2 + 2I'_3)/5$, où $I'_{-2} = I'_2$ et $I'_{-3} = I'_3$.

Exemple du tableau III *b* : calcul de l'estimateur $\hat{I}_7$ (I_4 à I_{13}) :

x_t $\quad$ I_7

$y_{t'}$ $\quad m = 3$ $\quad I'_7 = (I_6 + I_7 + I_8)/3$

$z_{t''}$ $\quad m_1 = 5$ $\quad I''_7 = (I'_5 + I'_6 + I'_7 + I'_8 + I'_9)/5$

$= [(I_4 + I_5 + I_6)/3 + \ldots + (I_8 + I_9 + I_{10})/3]/5$

$= (I_4 + 2\,I_5 + 3\,I_6 + 3\,I_7 + 3\,I_8 + 2\,I_9 + I_{10})/15$

$w_{t'''}$ $\quad m_2 = 7$ $\quad \hat{I}_7 = (I''_4 + I''_5 + I''_6 + I''_7 + I''_8 + I''_9 + I''_{10})/7$

$= [(I_1 + 2\,I_2 + 3\,I_3 + 3\,I_4 + 3\,I_5 + 2\,I_6 + I_7)/15 + \ldots + (I_7 + 2\,I_8 + 3\,I_9 + 3\,I_{10} + 3\,I_{11} + 2\,I_{12} + I_{13})/15]/7$

$= (I_1 + 3\,I_2 + 6\,I_3 + 9\,I_4 + 12\,I_5 + 14\,I_6 + 15\,I_7 + 14\,I_8 + 12\,I_9 + 9\,I_{10} + 6\,I_{11} + 3\,I_{12} + I_{13})/105$

Bibliographie

Anderson (T. W.), 1971. — *The statistical analysis of time series.* John Wiley, New York, XIX + 704 p.

Athias-Henriot (C.) & Cancela da Fonseca (J. P.), 1976. — Microarthropodes édaphiques de la Tillaie (Forêt de Fontainebleau). Composition et distribution spatio-temporelle d'un peuplement en placette à litière de hêtre pure (Acariens et Collemboles). *Rev. Ecol. Biol. Sol,* **13**: 315-329.

Azencott (R.) & Dacunha-Castelle (D.), 1984. — *Séries d'observations irrégulières. Modélisation et Prévision.* Masson, Paris, 198 p.

Bartlett (M. S.), 1954. — Problèmes de l'analyse spectrale des séries temporelles stationnaires. *Publ. Inst. Statist. Univ. Paris,* **3**(3) : 119-134.

Bartlett (M. S.), 1975. — *The statistical analysis of spatial pattern.* Chapman and Hall, London, X + 90 p.

Bartlett (M. S.), 1978. — *An introduction to stochastic processes, with special reference to methods and applications.* 3rd ed., Cambridge University Press, Cambridge, XVII + 388 p.

Bellido (A.), 1979. — Écologie de *Carabodes willmanni* Bernini, 1975 (Acari, Oribatei) dans les formations pionnières de la lande armoricaine. *Rev. Ecol. Biol. Sol,* **16**: 195-218.

Bennett (R. J.), 1979. — *Spatial time series.* Pion, London, XV + 674 p.

Berthet (P.) & Gérard (G.), 1965. — A statistical study of microdistribution of Oribatei (Acari). Part I. The distribution pattern. *Oikos,* **16**: 214-227.

BERTHET (P.) & GÉRARD (G.), 1970. — Note sur l'estimation de la densité de populations édaphiques. *In* : PHILLIPSON (J.) éd., *Methods of study in soil ecology*: 189-193. UNESCO, Paris.

BLACKMAN (R. B.) & TUKEY (J. W.), 1958. — *The measurement of power spectra from the point of view of communications engineering*. Dover, New York, éd. 1959, XII + 190 p.

BONNET (L.), 1964. — Le peuplement thécamoebien des sols. *Rev. Ecol. Biol. Sol*, **1** : 123-408.

BOX (G. E. P.) & JENKINS (G. M.), 1976. — *Time series analysis. Forecasting and control*. Holden-Day, Oakland, California, rev. éd., XXIV + 575 p.

BRUNEL (E.) & CANCELA DA FONSECA (J. P.), 1977. — Utilisation des séries chronologiques dans l'étude du cycle biologique et des fluctuations de population de *Psila rosae* Fabr. (Diptères Psilidae). *Ann. Zool. Ecol. anim.*, **9** : 515-535.

CANCELA DA FONSECA (J. P.), 1966. — L'outil statistique en biologie du sol. III. Indices d'intérêt écologique. *Rev. Ecol. Biol. Sol*, **3** : 381-407.

CANCELA DA FONSECA (J. P.), 1980. — Quelques approches analytiques en dynamique de populations édaphiques (Acariens Oribates). *Rev. Ecol. Biol. Sol*, **17** : 445-477.

CANCELA DA FONSECA (J. P.), POINSOT (N.) & VANNIER (G.), 1967. — Essai comparatif sur les microarthropodes et la taille des échantillons du sol. *Rev. Ecol. Biol. Sol*, **3** : 331-355.

CANCELA DA FONSECA (J. P.) & STAMOU (G. P.), 1982. — L'outil statistique en biologie du sol. VII. L'indice d'agrégation de Strauss et son application aux populations édaphiques : le cas d'*Achipteria coleoptrata* (Lin.) (Acarina, Oribatida). *Rev. Ecol. Biol. Sol*, **19** : 465-484.

CANCELA DA FONSECA (J. P.) & STAMOU (G. P.), 1987. — About a new species of oribatid mites from the Holomon Forest, Greece: *Achipteria holomonensis* n.sp. (Acarina, Oribatida). *Acarologia*, **28** : 91-95.

CANCELA DA FONSECA (J. P.) & VANNIER (G.), 1969. — Échantillonnage des microarthropodes du sol. *In* : LAMOTTE (M.) & BOURLIÈRE (F.) éd., *Problèmes d'écologie : l'échantillonnage des peuplements animaux des milieux terrestres* : 207-236. Masson, Paris.

CHATFIELD (C.), 1975. — *The analysis of time series: Theory and practice*. John Wiley, New York, XIV + 263 p.

CHATFIELD (C.), 1980. — *The analysis of time series: An introduction*. Chapman and Hall, London, 2nd ed., XIV + 268 p.

COX (D. R.) & MILLER (H. D.), 1965. — *The theory of stochastic processes*. Methuen, London, X + 398 p (reprinted as Science Paperback by Chapman and Hall, London).

DAVENPORT (W. B.) Jr, 1970. — *Probability and random processes*. McGraw-Hill, New York, XIX + 542 p.

DEBAUCHE (H. R.), 1958. — Problèmes de biocénotique. *Rev. Quest. Sci.*, **129** : 58-89.

DEBAUCHE (H. R.), 1962. — The structural analysis of animal communities of soil. *In* : MURPHY (P. W.) éd., *Progress in soil zoology*: 10-25. Butterworths, London.

DELETTRE (Y.) & CANCELA DA FONSECA (J. P.), 1979. — Biologie et écologie de *Limnophyes pusillus* Eaton, 1875 (Diptera, Chironomidae) aux îles Kerguelen. II. Étude des populations imaginales et discussion. *Rev. Ecol. Biol. Sol*, **16** : 355-372.

DENMAN (K. L.) & PLATT (T.), 1975. — Coherences in the horizontal distributions of phytoplankton and temperature in the upper ocean. *Mem. Soc. roy. Sci. Liège, Ser.* 6, **8** : 19-30.

ECONOMIDIS (P. S.), SINIS (A. I.) & STAMOU (G. P.), 1988. — Spectral analysis of exploited fish populations in Lake Koronia (Macedonia, Greece) during the years 1947-1983. *Cybium*, **12** : 151-159.

HACKER (C. S.), SCOTT (D. W.) & THOMPSON (J. R.), 1973. — Time series analysis of mosquito population data. *J. Med. Entomol.*, **10** : 533-543.

HANNAN (E. J.), 1960. — *Time series analysis*. Science Paperbacks & Methuen, London, VIII + 152 p.

HILL (M. O.), 1973. — The intensity of spatial pattern in plant communities. *J. Ecol.*, **61**: 225-235.

HUYBERECHTS (S.), 1975. — Introduction à l'analyse statistique des séries chronologiques (1re partie). *Bull. G.E.R.B.*, **7**: 51-69.

IBANEZ (E.), 1972. — Un essai d'interprétation écologique par l'analyse spectrale conjuguée avec l'analyse des composantes principales. *Bull. Union Océanogr. France*, **9**: 46-53.

JACOB (C.), 1980. — Aperçu sur les séries chronologiques périodiques. *In*: JOLIVET (E.), LEGAY (J. M.) & TOMASSONE (R.) éd., *Biométrie et temps* : 88-127. Société Française de Biométrie/I.N.R.A., Paris.

JENKINS (G. M.), 1961. — General considerations in the analysis of spectra. *Technometrics*, **3**: 133-166.

JENKINS (G. M.) & WATTS (D. G.), 1968. — *Spectral analysis and its applications*. Holden-Day, San Francisco, XVIII + 525 p.

KENDALL (M.), 1976. — *Time-series*. Charles Griffin, London, 2nd ed., IX + 197 p.

KENKEL (N. C.), 1988. — Spectral analysis of hummock-rolloow pattern in a weakly minerotrophic mire. *Vegetatio*, **78**: 45-52.

LAUREC (A.) & BLANC (F.), 1974. — Application de l'analyse spectrale à la description séquentielle des paramètres thermo-halins dans une région d'upwelling. *Tethys*, **6**: 439-452.

LEBRUN (Ph.), 1965. — *Contribution à l'étude écologique des Oribates de la litière dans une forêt de Moyenne-Belgique*. Mem. Inst. roy. Sc. nat. Belg., **153**: 1-96.

LEBRUN (Ph.), 1971. — *Écologie et biocénotique de quelques peuplements d'arthropodes édaphiques*. Mem. Inst. roy. Sc. nat. Belg., **165**: 1-203.

LEGENDRE (L.) & LEGENDRE (P.), 1979. — *Écologie numérique*. 2. *La structure des données écologiques*. Masson, Paris et Presses Universitaires du Québec, IV + 254 p.

LLOYD (M.), 1967. — Mean crowding. *J. Anim. Ecol.*, **36**: 1-3.

ORD (J. K.), 1979. — Time-series and spatial patterns in Ecology. *In:* CORMACK (R. M.) & ORD (J. K.) éd., *Spatial and temporal analysis in Ecology*: 1-94. International Co-operative Publishing House, Fairland, Maryland.

PARZEN (E.), 1961. — Mathematical considerations in the estimation of spectra. *Technometrics*, **3**: 167-190.

PLATT (T.), 1972. — Local phytoplankton abundance and turbulence. *Deep-See Res.*, **19**: 183-187.

PLATT (T.) & DENMAN (K. L.), 1975. — Spectral analysis in Ecology. *Annu. Rev. Ecol. Syst.*, **6**: 189-210.

PLATT (T.), DICKIE (L. M.) & TRITES (R. W.), 1970. — Spatial heterogeneity of phytoplankton in a near-shore environment. *J. Fish. Res. Bd. Canada*, **27**: 1453-1473.

RIPLEY (B. D.), 1978. — Spectral analysis and the analysis of pattern in plant communities. *J. Ecol.*, **66**: 965-981.

RIPLEY (B. D.), 1981. — *Spatial statistics*. Wiley, New York, XI + 252 p.

SCHUSTER (A.), 1898. — On the investigation of hidden periodicities with application to a supposed 26 day period of meteorological phenomena. *Terr. Mag. Atmos. Electr.*, **3**: 13-41.

SHUGART (H. H.) Jr, éd., 1978. — *Time-series and ecological processes*. S.I.A.M., Philadelphia, XXI + 303 p.

SIEGEL (S.), 1956. — *Nonparametric statistics for the behavioral sciences.* McGraw-Hill, New York, XVII + 312 p.

STAMOU (G. P.), 1981. — *Population dynamics of* Achipteria cf. italicus *in the soil of an oak canopy in Holomon Mountain* (in greek). Ph. D. Thesis, University of Thessaloniki, IX + 127 p.

TJØSTHEIM (D.), 1987. — Spatial series and time series. Similarities and differences. *In:* DROESBEKE (F.) éd., *Spatial processes and spatial time series analysis:* 217-228. Publications des Facultés universitaires Saint-Louis, Bruxelles.

USHER (M. B.), 1975. — Analysis of pattern in real and artificial plant populations. *J. Ecol.*, **63**: 569-586.

USHER (M. B.), 1976. — Aggregation responses of soil arthropodes in relation to the soil environment. *In:* ANDERSON (J. M.) & MACFADYEN (A.) éd., *The role of terrestrial and aquatic organisms in decomposition processes:* 61-94. Blackwell, Oxford.